

Optimale rekenwaarde voor het tempo van de zeespiegelstijging voor ontwerpdoeleinden

Achtergrondrapport bij het ENW-advies: Omgaan met klimaatverandering in de
hydraulische ontwerpbelastingen voor waterkeringen

Samenvatting

Naar aanleiding van de publicatie van de KNMI'23 klimaatscenario's (KNMI, 2023) heeft het ENW een advies opgesteld over welke toeslagen voor klimaatverandering optimaal zijn voor het ontwerpen van waterkeringen. Bij de totstandkoming van dit advies wordt teruggegrepen op de richtinggevende principes uit het ENW-advies van 2019 (ENW, 2019) over hoe om te gaan met toekomstverwachtingen bij het ontwerpen van waterkeringen. Eén van deze principes is dat het economisch optimaal is om bij het ontwerpen van waterkeringen uit te gaan van een gemiddeld tempo van onzekere toekomstveranderingen, zoals door zeespiegelstijging. Om dit richtinggevende principe beter te begrijpen, zijn numerieke experimenten uitgevoerd. De analyses richten zich op zeespiegelstijging, maar de resultaten zijn ook bruikbaar voor onzekere veranderingen in rivierafvoeren.

De vraag die in dit achtergrondrapport centraal staat, is met welke rekenwaarde (deterministische waarde) van het tempo van de zeespiegelstijging moet worden gerekend bij het ontwerpen van waterkeringen. De rekenwaarde is de toeslag op de hydraulische belastingen vanwege het effect van klimaatverandering. Om de optimale rekenwaarde te bepalen, is eerst nagegaan welke mate van versterking optimaal is als het tempo van zeespiegelstijging als onzeker wordt gemodelleerd. Hierbij is zowel rekening gehouden met de kosten van opeenvolgende versterkingen als het overstromingsrisico dat door zeespiegelstijging in de tijd toeneemt. Vervolgens is onderzocht welke rekenwaarde van het tempo resulteert in dezelfde mate van versterking.

De optimale toeslag voor zeespiegelstijging wordt bepaald door twee effecten die tegengesteld werken. Enerzijds maakt het effect van verdiscontering dat eerder opnieuw moeten versterken relatief kostbaar is. Dat leidt ertoe dat het optimaal is om de kans op vroegtijdige afkeuring relatief klein te houden. Anderzijds is de tijd tot een bepaalde maximale overstromingskans wordt bereikt *omgekeerd evenredig* met het tempo van zeespiegelstijging. Hierdoor leidt het ontwerpen van een waterkering met een *gemiddeld* tempo van zeespiegelstijging al tot een *meer dan gemiddelde* ontwerplevensduur. Zo beschouwd is het rekenen met een gemiddeld tempo al enigszins behoudend. Voor de beschouwde gevallen heffen beide effecten elkaar min of meer op.

De resultaten voor beide basisgevallen wijzen erop dat het gemiddelde tempo van de zeespiegelstijging een passend ontwerpuitgangspunt is. Dat geldt voor keringen met verwachte levensduren van zowel 50 als 100 jaar, hetgeen in de Nederlandse ontwerppraktijk bij dijken resp. kunstwerken gangbare ontwerplevensduren zijn. Gevoeligheidsanalyses tonen dat aannames ten aanzien van de breedte en scheefheid van de verdeling van de zeespiegelstijging, alsmede de discontovoet en de potentiële overstromingsschade, geen wezenlijke invloed hebben op de conclusie dat het vanuit economisch perspectief raadzaam is om te ontwerpen met een gemiddeld tempo van de zeespiegelstijging.

Inhoudsopgave

Samenvatting	2
1 Inleiding	5
1.1. Aanleiding	5
1.2. Vraagstelling	5
1.3. Leeswijzer	6
2 Aanpak op hoofdlijnen	7
2.1. Beschrijving aanpak	7
2.2. Twee tegengestelde effecten	8
3 Optimalisatievraagstuk	11
3.1. Beschrijving optimalisatievraagstuk	11
3.2. Uitwerking optimalisatievraagstuk	13
3.3. Bepaling van optimale rekenwaarde voor zeespiegelstijging	15
4 Berekening optimale rekenwaarde zeespiegelstijging	16
4.1. Parameterwaarden	16
4.1.1 Dijk versus kunstwerk	16
4.1.2 Kansverdeling zeespiegelstijging	16
4.1.3 Overige parameterwaarden	18
4.2. Rekenvoorbeeld dijk	18
4.3. Resultaten dijk en kunstwerk	23
5 Gevoeligheidsanalyses	24
5.1. Gevoeligheid voor discontovoet	24
5.2. Gevoeligheid voor schadegetal	25
5.3. Gevoeligheid voor spreiding zeespiegelstijging	27
5.4. Gevoeligheid voor kansverdelingen met positieve scheefheid	28
5.5. Gevoeligheid voor kansverdeling samengesteld uit KNMI'23 scenario's	30
6 Conclusies	33

7	Bijlagen	35
7.1.	Bijlage A: Hoe verhouden de optimale ontwerppercentielen zich tot de KNMI'23 scenario's?	35
7.2.	Bijlage B: Afleiding verdelingen voor constant tempo zeespiegelstijging	37
7.2.1	B.1: Representatief constant tempo van zeespiegelstijging	38
7.2.2	B.2: Kansverdelingen	38
7.3.	Bijlage C: Uitwerking optimalisatievraagstuk	40
7.3.1	C.1: Uitwerking optimalisatievraagstuk	40
7.3.2	C.2: Deterministische optimalisatie met een rekenwaarde voor het tempo van ZSS	40
7.3.3	C.3: Probabilistische optimalisatie met een onzeker tempo van ZSS	44
7.3.4	C.4: Rekenstappen om optimale waarde zeespiegelstijging te bepalen	45
7.4.	Bijlage D: Referenties	46

1 Inleiding

1.1. Aanleiding

Bij het ontwerpen van waterkeringen wordt rekening gehouden met de effecten van klimaatverandering op (o.a.) de zeespiegel en de rivierafvoeren. Als bij het ontwerpen geen rekening zou worden gehouden met de effecten van klimaatverandering, dan zouden versterkte keringen snel opnieuw versterkt moeten worden.

Het tempo van de verandering van de hydraulische belastingen door klimaatverandering is onzeker. Dit roept de vraag op van welk tempo uitgegaan moet worden bij het bepalen van de hydraulische belastingen voor het ontwerpen van waterkeringen. Naar aanleiding van de publicatie van de KNMI'23 klimaatscenario's (KNMI, 2023) heeft het ENW hierover een advies opgesteld. Bij de totstandkoming van dit advies wordt teruggesproken op de richtinggevende principes uit het ENW-advies van 2019 (ENW, 2019) over onzekere toekomstverwachtingen. Eén van deze principes is dat het economisch optimaal is om bij het ontwerpen van waterkeringen uit te gaan van het gemiddelde tempo van onzekere toekomstveranderingen, zoals door zeespiegelstijging. Om dit richtinggevende principe beter te begrijpen zijn numerieke experimenten uitgevoerd. Deze worden in dit achtergrondrapport beschreven.

1.2. Vraagstelling

Het tempo van zeespiegelstijging is onzeker, net zoals de verandering van de toekomstige rivierafvoeren. Dat betekent dat de toekomstige zeewaterstand onzeker is en dat de toekomstige waterstandstatistiek voor de rivieren zich niet perfect laat voorspellen. Bij het ontwerpen van waterkeringen is echter een concrete toeslag op de ontwerpbelastingen nodig.

De Nederlandse primaire waterkeringen worden periodiek beoordeeld om te bepalen of versterking nodig is. Daarbij wordt uitgegaan van de kennis die op dat moment beschikbaar is. Hoewel het niveau van de zeespiegel over bijvoorbeeld 50 jaar onzeker is, zal deze op dat moment gemeten en dus bekend zijn. De onzekerheid over het tempo van zeespiegelstijging leidt dus tot onzekerheid over de overstromingskansen die over bijvoorbeeld 50 jaar bepaald zullen worden bij dijktrajecten langs de kust.

De toeslag op de ontwerpbelastingen langs de kust is een functie van de ontwerplevensduur en het tempo van de zeespiegelstijging waarmee wordt gerekend. Zo'n gekozen waarde uit de bandbreedte van mogelijke waarden wordt in het Beoordelings- en Ontwerpinstrumentarium (BOI) voor primaire keringen en bijvoorbeeld de Eurocodes ook wel een rekenwaarde genoemd. Met behulp van de rekenwaarde van het tempo van zeespiegelstijging kunnen de hydraulische ontwerpbelastingen worden bepaald voor een willekeurige

ontwerplevensduur. Ook voor Life Cycle Cost (LCC)-analyses, waarin de levensduurkosten van een versterking worden geoptimaliseerd, is een concrete rekenwaarde nodig.

De vraag die in dit document centraal staat, is met welke rekenwaarde van het tempo van de zeespiegelstijging moet worden gerekend bij de bepaling van ontwerpbelastingen om uit te komen op dijkversterkingen die qua omvang gelijk zijn als wat zou volgen uit (relatief complexe) optimalisaties waarin rekening wordt gehouden met de onzekerheid over het tempo van de zeespiegelstijging. In dit document gaat het nadrukkelijk niet over de vraag hoe groot die optimale versterkingen per dijktraject precies zijn en of het gebruik van ontwerplevensduren van 50 jaar voor dijken en 100 jaar voor kunstwerken daadwerkelijk economisch optimaal is.

Hoewel de analyses uit dit document zich richten op zeespiegelstijging zijn de resultaten ook één-op-één bruikbaar voor de omgang met onzekere veranderingen in rivierafvoerstatistiek bij het ontwerpen van rivierdijken. Zeespiegelstijging en toenemende rivierafvoeren leiden beide tot veranderingen in de vereiste kruinhoogtes van waterkeringen (en ontwerpwaterstanden etc.). Het enige verschil is dat het tempo van de verandering een andere kansverdeling (vorm en waarden) bezit. Voor de parametrische analyses in dit memo is het irrelevant of de verandering in vereiste kruinhoogtes het gevolg is van zeespiegelstijging, een veranderende rivierafvoer of een combinatie van beide.

1.3. Leeswijzer

Dit rapport is als volgt opgebouwd. Hoofdstuk 2 beschrijft de aanpak op hoofdlijnen en de algemene principes die helpen om de analyses te begrijpen. Hoofdstuk 3 bevat de uitwerking van het optimalisatievraagstuk. Hoofdstuk 4 bevat de resultaten van de analyse voor de basisgevallen dijk en kunstwerk. Hoofdstuk 5 geeft de resultaten van gevoeligheidsanalyses. In de gevoeligheidsanalyses is onder andere gekeken naar het effect van een scheve kansverdeling voor het onzekere tempo van zeespiegelstijging. Hoofdstuk 6 bevat onze conclusies.

Bijlage A geeft aan hoe de gehanteerde in- en uitvoer van het eerste numerieke experiment zich verhoudt tot de KNMI'23-scenario's. Bijlage B beschrijft de totstandkoming van de verschillende verdelingen voor de zeespiegelstijging uit het numeriek experiment. Bijlage C bevat een gedetailleerdere afleiding van de vergelijkingen die we toepassen in het optimalisatievraagstuk. Bijlage D bevat een overzicht van de referenties.

2 Aanpak op hoofdlijnen

2.1. Beschrijving aanpak

In de maatschappelijke kosten-batenanalyse (MKBA) ter onderbouwing van de huidige waterveiligheidsnormen is bekeken met welke versterkingen, nu en in de toekomst, een optimale balans tussen versterkingskosten en overstromingsrisico wordt verkregen. Daarbij is o.a. rekening gehouden met de effecten van klimaatverandering op de hydraulische belastingen. Om de berekeningen behapbaar te houden, is in de MKBA gerekend met een deterministisch tempo van veranderingen¹.

In 2019 heeft het ENW betoogd dat het rekenen met een middentempo van onzekere veranderingen een resultaat oplevert dat aansluit op het resultaat van een berekening waarin veranderingen daadwerkelijk als onzeker worden gemodelleerd. De numerieke experimenten uit de voorliggende notitie dienen om dit beter te begrijpen.

In navolging van de eerdergenoemde MKBA wordt in dit achtergrondrapport aangenomen dat de faalkansprestatie van een dijkvak of kunstwerk is te schrijven als een functie van de kruinhoogte. Eerst wordt de optimale ontwerphoogte (hierna: vereiste dijkhoogte) onder onzekerheid over het tempo van zeespiegelstijging bepaald. Dat is de hoogte die resulteert in de laagste kosten, bestaande uit kosten voor de versterking en het overstromingsrisico (faalkans x schade). Daarbij wordt rekening gehouden met toekomstige ophogingen. Vervolgens wordt bepaald welke rekenwaarde van het tempo van zeespiegelstijging (een deterministisch tempo) dezelfde optimale ontwerphoogte oplevert.

Voor een vergelijking van de aldus bepaalde optimale rekenwaarde van het tempo van zeespiegelstijging met het middentempo is een eenduidige definitie van het begrip 'midentempo' nodig. Is het bijvoorbeeld een mediaan of een gemiddeld tempo? Het ENW-advies uit 2019 geeft geen definitie, al staat op pag. 10 van dat advies bijvoorbeeld wel:

'Uit die simulaties blijkt dat vooraf uitgaan van de gemiddelde snelheid van klimaatverandering het goedkoopste is. Hoewel deze studies nog niet de vraag beantwoorden hoe we dan aan het 'goede gemiddelde' komen, maken ze wel duidelijk dat het zeker niet optimaal is om nu standaard uit te gaan van een scenario dat, vergeleken met de andere beschikbare klimaatscenario's, nogal hoog of juist laag is.'

¹ In gevoeligheidsanalyses is wel gekeken hoe variaties in de waarden van de invoerparameters doorwerken in de uitkomsten van 'MKBA-runs' (d.w.z., berekeningen met OptimaliseRing). Dat is echter wat anders dan het als onzeker modelleren van invoerparameters binnen een enkele MKBA-run.

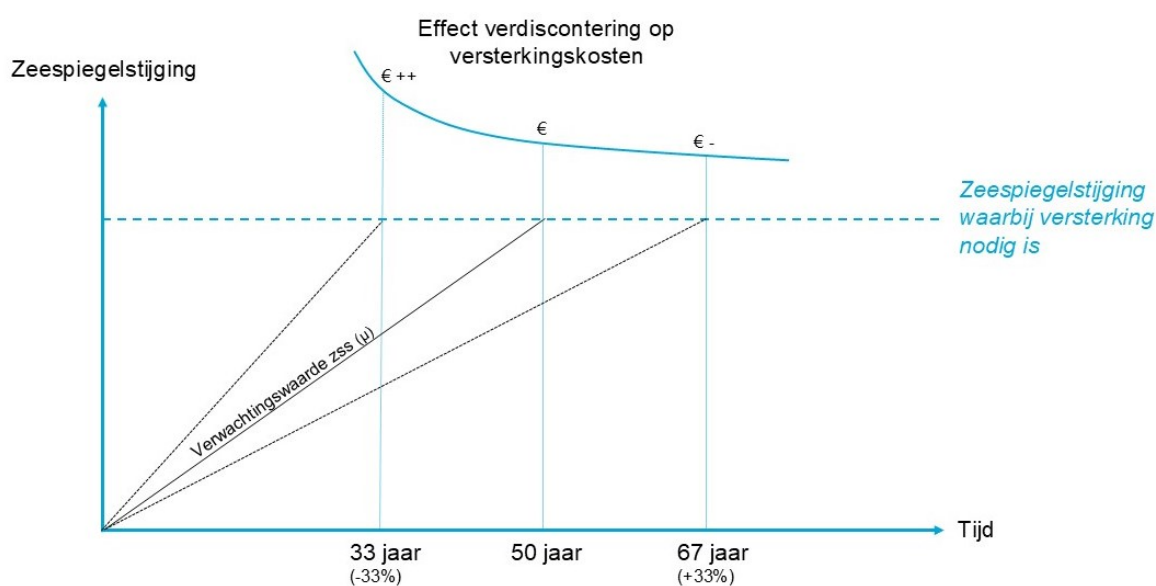
In lijn hiermee wordt het middentempo in het huidige ENW-advies (waar dit achtergrondrapport bij hoort) consequent aangeduid als een gemiddeld tempo. Hier sluiten we in dit achtergrondrapport op aan. Voor de volledigheid geven we wel steeds aan met welk percentiel uit de kansverdeling van het tempo van zeespiegelstijging de rekenwaarde correspondeert. Bij de symmetrische verdelingen is er overigens geen verschil tussen het mediane en het gemiddelde tempo. Bij een niet al te scheve verdeling (zoals toegepast in de gevoeligheidsanalyses) is het verschil tussen het gemiddelde en mediane tempo ook beperkt.

Zoals in elke MKBA voor hoogwaterbescherming komt het verschil tussen groene dijken, damwandconstructies en kunstwerken in de numerieke experimenten tot uitdrukking in de kostenfunctie, dat wil zeggen in de relatie tussen de investeringskosten en de kerende hoogte of de faalkansprestatie. Bij damwandconstructies en kunstwerken is het aandeel van de vaste kosten in de totale kosten van een ingreep relatief groot. Bij groene dijken is dit aandeel kleiner en is de faalkansprestatie na versterking sterker afhankelijk van de omvang van de ingreep (hier: dijkhoogte).

2.2. Twee tegengestelde effecten

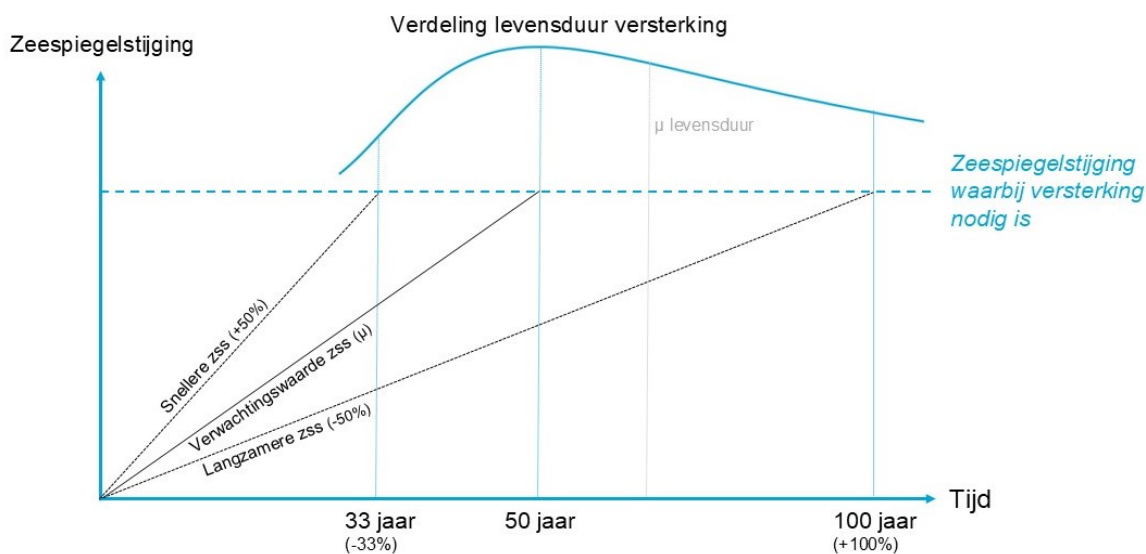
De onderstaande effecten spelen een rol in het numerieke experiment:

1. De discontovoet maakt dat vervolginvesteringen die eerder komen zwaarder wegen dan vervolginvesteringen die later komen. Eerder moeten terugkomen is daarom relatief duur. De contante waarde van een tegenvaller doordat een kering 10 jaar eerder dan voorzien versterkt moet worden, is kleiner dan de contante waarde van een meevaller doordat een kering 10 jaar langer dan voorzien meegaat. Dit effect leidt ertoe dat het optimaal is om de kans op vroegtijdige afkeuring relatief klein te houden. Dat pleit ervoor om een behoudende keuze te maken ten aanzien de klimaattoeslag in het ontwerp. Dit effect is schematisch weergegeven in Figuur 1.



Figuur 1. Schematische weergave van het effect van disconteren op de contante waarde van de versterkingskosten

2. De tijd tot een volgende versterking is omgekeerd evenredig met het tempo van zeespiegelstijging. Dit betekent dat een waterkering ontwerpen met een gemiddeld tempo van zeespiegelstijging leidt tot een meer dan gemiddelde ontwerplevensduur. Figuur 2 illustreert dit. De figuur laat zien hoe een symmetrische kansverdeling van het tempo van zeespiegelstijging leidt tot een asymmetrische verdeling van het moment waarop zich de eerstvolgende versterking aandient. Evenzo leidt een positief scheve verdeling van het tempo van zeespiegelstijging tot een nog schere verdeling van het moment waarop zich de eerstvolgende versterking aandient. Zo beschouwd is het rekenen met een gemiddeld tempo al een veilige keuze.



Figuur 2. Schematische weergave van het feit dat de kansverdeling van de levensduur een grotere positieve scheefheid bezit dan de kansverdeling van het tempo van zeespiegelstijging.

Effecten (1) en (2) werken tegengesteld. Als effect (1) zwaarder weegt dan effect (2), dan is de optimale rekenwaarde van het tempo van zeespiegelstijging *groter* dan het gemiddelde van het onzekere tempo van zeespiegelstijging, en vice versa. Uit de analyse zal het resultaat van beide effecten blijken.

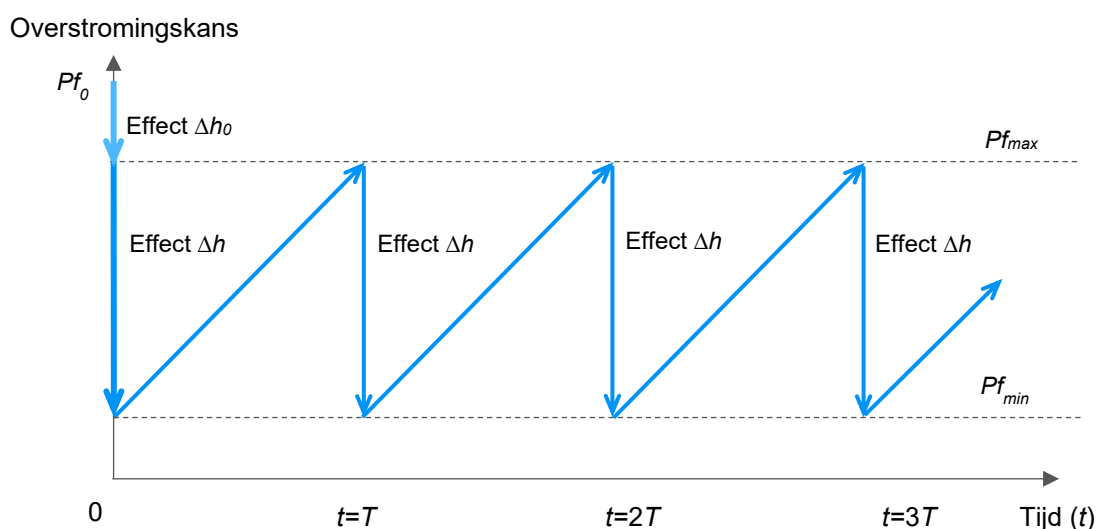
3 Optimalisatievraagstuk

3.1. Beschrijving optimalisatievraagstuk

In deze analyse worden de volgende aannamen gehanteerd:

1. Het is door zeespiegelstijging onzeker hoe overstromingskansen zich ontwikkelen in de tijd. Daarom is het op voorhand onzeker wanneer zich weer een nieuwe versterking zal aandienen.
2. Een kering behoeft op $t=0$ versterking omdat het overstromingsrisico te groot is.
3. Versterkingen vinden instantaan plaats.
4. De kosten van dijkverhoging zijn onafhankelijk van de hoogte van de kering en daarmee van eerdere verhogingen. Merk op dat in de KBA voor Ruimte voor de Rivier en de MKBA voor de nieuwe normering rekening is gehouden met toenemende kosten bij steeds hogere keringen, zie ook de toelichting in ENW (2019).
5. Zeespiegelstijging is het enige wat van invloed is op de verandering van de overstromingskans en het overstromingsrisico in de tijd. Dat de potentiële schade en daarmee het risico door economische groei stijgt, wordt genegeerd. Merk op dat in de MKBA is uitgegaan van een economische groei van 1,9% (bij Almere meer).
6. De zeespiegel stijgt lineair in de tijd. Dit voorkomt grote complexiteit, maar is niet in lijn met de KNMI'23-scenario's. Op de kortere termijn, voor de komende 25-50 jaar, is de zeespiegelstijging redelijk te benaderen als lineair, maar in de tijd wordt de afwijking steeds groter.
7. De jaarmaxima van de buitenwaterstand zijn exponentieel verdeeld.
8. De verhouding tussen de waterstand en het hydraulisch belastingniveau (HBN, als indicator voor vereiste kruinhoogte) is constant.

Aannamen 4 t/m 8 zijn sterke vereenvoudigingen die ervoor zorgen dat de overstromingskans na elke dijkversterking hetzelfde is en op dezelfde wijze toeneemt in de tijd. Alle versterkingen hebben daardoor dezelfde omvang. Dit vereenvoudigt de uitwerking van het optimalisatievraagstuk aanzienlijk. Figuur 3 geeft het bijbehorende verloop van de overstromingskans schematisch weer.



Figuur 3. Verloop overstromingskans in de tijd bij een optimale investeringsstrategie.

Anders dan aangenomen, is het aannemelijk dat de investeringskosten en de potentiële schade in de tijd zullen toenemen, en dat de overstromingskans sneller dan lineair zal stijgen. Het effect van stijgende investeringskosten en een sneller stijgend risico is grof na te bootsen door in de analyses uit te gaan van een lagere discontovoet. Dat zorgt er immers ook voor dat het toekomstige risico en toekomstige investeringen zwaarder gaan wegen bij het nemen van investeringsbeslissingen in het hier en nu. Uit de gevoeligheidsanalyses blijkt dat een lagere discontovoet geen impact heeft op de conclusies van de analyse.

3.2. Uitwerking optimalisatievraagstuk

We lichten hier de basis van het optimalisatievraagstuk toe. 7.3 bevat de volledige afleiding van het optimalisatievraagstuk per stap van de analyse.

De contante waarde van de kosten van opeenvolgende versterkingen en schade als gevolg van overstromingen is gegeven door:

$$CW = v \cdot \Delta h_0 + \frac{c + v \cdot \Delta h + S \cdot P_{fmin} \cdot q}{1 - e^{-\gamma T}} \quad (1)$$

waarin q een term is die verband houdt met de duur van het interval en het effect van discontering en zeespiegelstijging binnen deze tijdsduur:

$$q = \frac{b}{(z \cdot r - b \cdot \gamma)} \cdot \left(e^{\left(\frac{(z \cdot r - b \cdot \gamma) \cdot \Delta h}{b \cdot z \cdot r} \right)} - 1 \right) \quad (2)$$

en T de duur van het investeringsinterval afhankelijk van de ophoging en zeespiegelstijging:

$$T = \frac{\Delta h}{r \cdot z} \quad (3)$$

waarin:

c	Vaste kosten van de versterking [euro]
v	Kosten per meter dijkverhoging van de versterking [euro/m]. Dit zijn de variabele kosten.
Δh_0	Eenmalige aanvullende ophoging die verband ter overbrugging van het verschil tussen de overstromingskans in de uitgangssituatie en de overstromingskans waarbij versterking vanuit economisch perspectief <i>net</i> nodig is (zie <i>Figuur 3</i>) [m]
Δh	Terugkerende ophoging (zowel eerste als opvolgende ophogingen) [m]
z	Het tempo van zeespiegelstijging [m/jaar]
r	Verhouding tussen zeewaterstand en hydraulisch belastingniveau (HBN) [-]
P_{fmin}	Overstromingskans direct na een versterking [per jaar]
S	Potentiële schade [euro]
γ	Discontovoet [per jaar]

In woorden: de contante waarde van de investeringskosten en het risico is gelijk aan de som van:

1. De verdisconteerde vaste kosten (c) van de ophogingen (eerste en opvolgende).
2. De verdisconteerde variabele kosten ($v \cdot \Delta h$) van de terugkerende ophoging (bij de eerste en opvolgende ophogingen).
3. De variabele kosten van de benodigde eenmalige aanvullende ophoging om het 'tekort' in de uitgangssituatie te overbruggen ($v \cdot \Delta h_0$) (alleen de eerste ophoging).

Het risico direct na versterking ($S \cdot P_{f_{\min}}$), vermenigvuldigd met een verdisconteringsterm (q).

Voor de faalkans nemen we een exponentiële relatie aan. Direct na de eerste versterking is de overstromingskans laagst. Vervolgens neemt deze toe in de tijd tot de volgende versterking. In de uitdrukking voor de contante waarde van de versterkingen is de toename van het risico over de tijd verwerkt in de verdisconteringsterm (q) met de minimale overstromingskans als basis:

$$P_{f_{\min}} = e^{\left(-\frac{h_0 + \Delta h_0 + \Delta h - a}{b}\right)} \quad (4)$$

Waarin:

a Liggingsparameter van de HBN-verdeling [m]

b Schaalparameter van de HBN-verdeling [m]. Merk op dat de decimeringhoogte van het HBN gelijk is aan $b \ln(10)$.

De optimale periodieke ophoging wordt gevonden waar CW minimaal is. Dat optimum is numeriek te bepalen door de waarden van Δh_0 en Δh te variëren en te bekijken wanneer CW minimaal is. De optimale dijkhoogte na de eerste versterking is dan $h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$. Uit deze resultaten is direct het tijdverloop van de overstromingskans te bepalen.

3.3. Bepaling van optimale rekenwaarde voor zeespiegelstijging

De vraag die voorligt, is welke rekenwaarde van het onzekere tempo van zeespiegelstijging (z_d) in een deterministische optimalisatie dezelfde dijkhoogte na versterking ($h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$) oplevert als wat volgt uit de optimalisatie onder onzekerheid. Als de stelling uit het ENW-advies van 2019 klopt, dan ligt deze waarde van z_d de buurt van de het gemiddelde tempo.

Om de optimale rekenwaarde van het onzekere tempo van ZSS te bepalen, voeren we zowel een probabilistische als een deterministische optimalisatie uit met de basisformules de in de vorige paragraaf zijn geïntroduceerd. De rekenstappen bestaan uit:

1. Bepaal de optimale ophoging door minimalisatie van de *verwachtingswaarde* van de contante kosten uit vergelijking (1), op basis van een berekening met een *kansverdeling* voor het onzekere tempo van zeespiegelstijging,
2. Bepaal welk deterministisch tempo van de zeespiegelstijging dezelfde optimale ophoging oplevert. Dit is de optimale rekenwaarde voor de zeespiegelstijging. Dit kan worden gedaan door minimalisatie van de contante kosten (CW) uit vergelijking (1) voor verschillende *deterministische* waarden van het tempo van zeespiegelstijging.
3. Stel vast hoe de optimale rekenwaarde voor zeespiegelstijging uit stap 2 zich verhoudt tot de kansverdeling voor zeespiegelstijging en het middentempo.

Paragraaf 4.2 bevat ter verduidelijking een rekenvoorbeeld dat deze stappen volgt.

4 Berekening optimale rekenwaarde zeespiegelstijging

4.1. Parameterwaarden

4.1.1 Dijk versus kunstwerk

We beschouwen twee basisgevallen: een dijk en een kunstwerk. De verhouding tussen de vaste kosten (c) en de variabele kosten (v) van versterkingen is van invloed op de optimale ontwerplevensduur. Voor kunstwerken is het aandeel vaste kosten relatief hoog, voor dijken lager. In de praktijk wordt (al dan niet terecht) verondersteld dat levensduren van 50 en 100 jaar passend zijn voor dijken respectievelijk kunstwerken. We hanteren parameterwaarden voor de vaste en variabele kosten die resulteren in ongeveer deze verwachte levensduren, uitgaande van alle overige hier genoemde parameterwaarden.

Tabel 1: Parameterwaarden voor de vaste kosten (per ophoging) en variabele kosten (per m ophoging) voor de basisgevallen dijk en kunstwerk

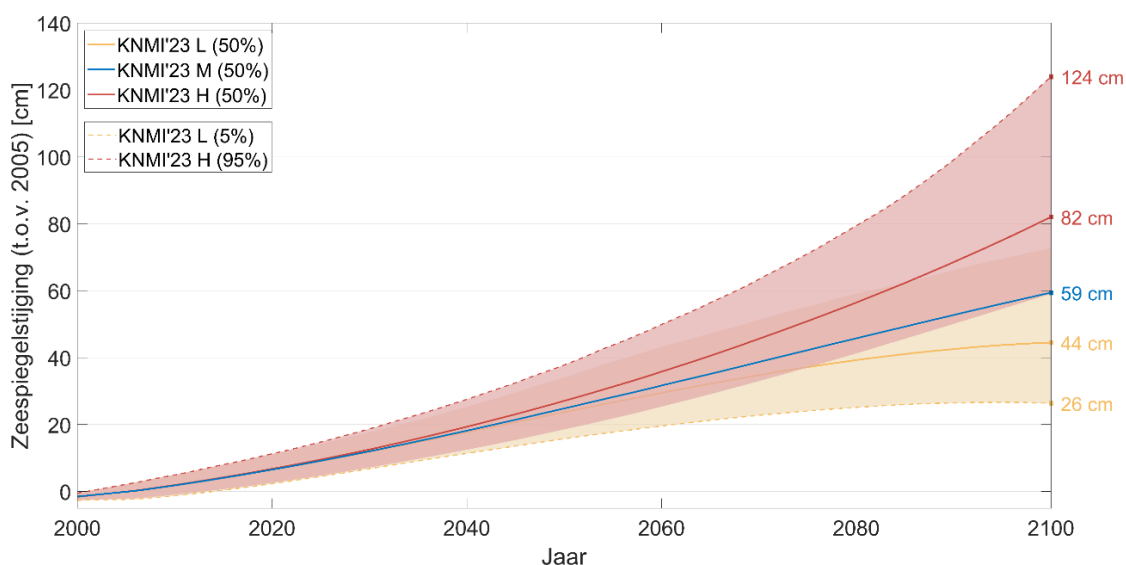
Basisgeval	Dijk	Kunstwerk
Vaste kosten (c)	€ 10 mln.	€ 40 mln.
Variabele kosten (v)	€ 60 mln./m	€ 30 mln./m

4.1.2 Kansverdeling zeespiegelstijging

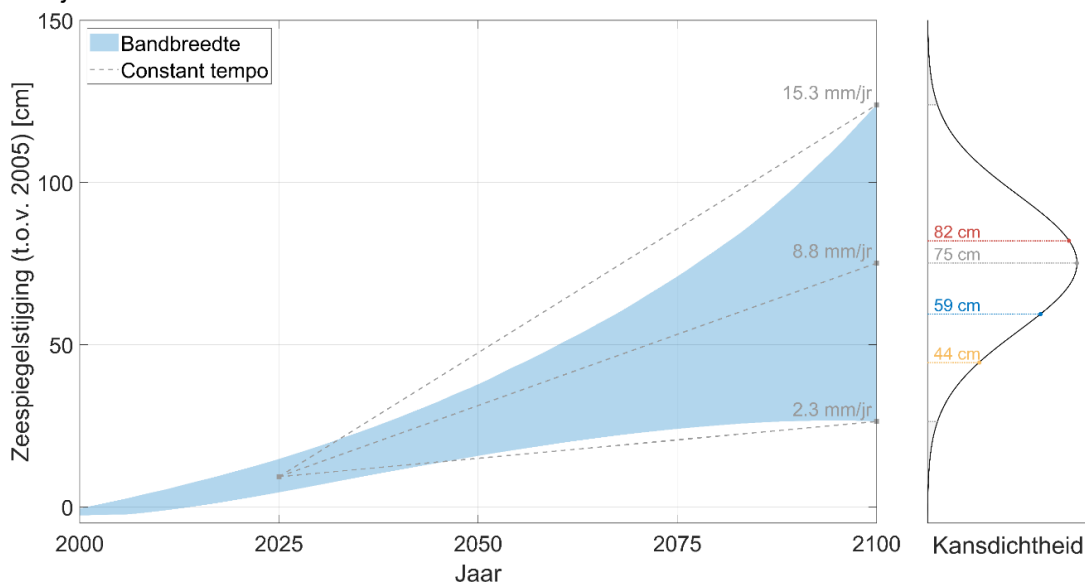
Een kansverdeling van de zeespiegelstijging is niet door het KNMI gegeven. Er zijn alleen verdelingen beschikbaar voor de specifieke scenario's (Shared Socioeconomic Pathways, SSP's). Deze kennen geen kans van optreden. Wel stelt het KNMI dat de scenario's L (Laag) en H (Hoog) de hoekpunten betreffen waarin het klimaat waarschijnlijk verandert (KNMI, 2024). We verkennen daarom meerdere overkoepelende kansverdelingen, die aansluiten bij de volledige onzekerheidsbandbreedte over de verschillende KNMI'23 scenario's. Figuur 4 toont de zeespiegelstijging voor de KNMI'23 scenario's inclusief bandbreedte.

Voor de basisberekeningen gaan we uit van een normaalverdeling. De opzet van het numeriek experiment veronderstelt een constant tempo van zeespiegelstijging. Dit constante tempo ijken we op basis van de periode 2025 t/m 2100. Dit resulteert in een verwachtingswaarde (μ) van 8,8 mm/jr en standaardafwijking (σ) van 2,8 mm/jr. 0 bevat een nadere toelichting van hoe deze verdeling is afgeleid.

Figuur 5 toont de aangenomen verdeling samen met de onzekerheidsbandbreedte van de KNMI'23 scenario's. In de gevoeligheidsanalyse beschouwen we ook de resultaten voor een serie andere verdelingen: normaalverdelingen met een kleinere en grotere spreiding, positief scheve lognormale verdelingen en verdelingen samengesteld uit de scenario-specifieke verdelingen van KNMI'23.



Figuur 4: Zeespiegelstijging volgens de KNMI'23 scenario's met bandbreedte van scenario L (5%) tot H (95%) en bijbehorende waarden in 2100



Figuur 5. De bandbreedte van de ZSS volgens de KNMI'23-scenario's L (5%) tot H (95%), in combinatie met de kansverdeling voor het jaar 2100 die volgt uit de veronderstelde normale verdeling van het tempo van ZSS. Daarin is getoond hoe de medianen (50%) van zeespiegelstijging volgens de scenario's L (geel), M (blauw) en H (rood) zich verhouden tot de aangenomen verdeling en de verwachtingswaarde (grijs) daarvan.

4.1.3 Overige parameterwaarden

We hanteren verdere de volgende parameterwaarden:

1. De discontovoet (γ). We rekenen met het de vastgestelde standaarddiscontovoet van 2,25% per jaar (Ministerie van Financiën, 2020). In een gevoeligheidsanalyse rekenen we ook met een sterk verlaagde discontovoet om het effect van kosten en risico's die in de tijd steeds sneller stijgen grof/benaderend na te bootsen.
2. De potentiële schade (S). We beschouwen een schadebedrag van 10 miljard euro.
3. De schaalparameter van het HBN-verdeling (b). We hanteren een waarde van 0,434m, hetgeen correspondeert met een decimeringhoogte van 1m.
4. De ligging van de HBN-verdeling ten opzichte van de kruinhoogte in de aanvangssituatie ($h_0 - a$). We hanteren $h_0 - a = 2 \text{ m} + \text{NAP}$.
5. De doorwerking van ZSS in het HBN (r). We hanteren een waarde van 2,25, wat past de veronderstelling dat de golven dieptegeïmiteerd zijn en dat de verhouding tussen golfhoogte en benodigd vrijboord een factor 2,5 is (naar Deltares, 2019).

4.2. Rekenvoorbeeld dijk

Ter illustratie doorlopen we hieronder de drie rekenstappen zoals toegelicht in Paragraaf **Fout!**

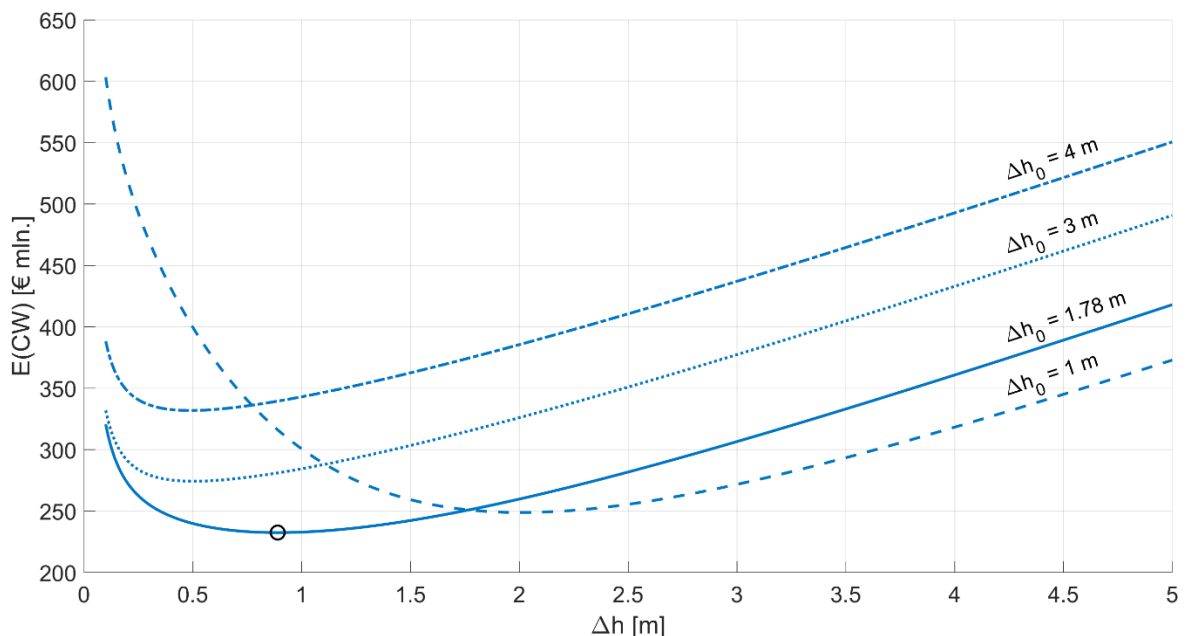
Verwijzingsbron niet gevonden.. Dat doen we voor het basisgeval dijk. De volgende paragraaf geeft de eindresultaten voor zowel de basisgevallen dijk als kunstwerk.

Stap 1: Bepaal de optimale ophoging door minimalisatie van de verwachte contante kosten in een probabilistische optimalisatie

De ophoging bestaat uit de aanvullende eerste ophoging Δh_0 en de terugkerende ophoging Δh . Bij iedere combinatie van Δh_0 en Δh hoort een ander verloop van de faalkans over de tijd. Bij de probabilistische optimalisatie is het tempo van zeespiegelstijging onzeker. Daarmee zijn voor een gegeven ophoging ook het verloop van de faalkans en het risico en het moment tot de volgende versterking onzeker.

We zoeken de combinatie van ophogingen die resulteert in de minimale *verwachte* contante kosten gegeven de kansverdeling van zeespiegelstijging. *Figuur 6* toont deze kosten als functie van de aanvullende eerste ophoging Δh_0 en de terugkerende ophoging Δh . Het optimum ligt bij $\Delta h_0 = 1,78 \text{ m}$ en $\Delta h = 0,89 \text{ m}$: voor die ophogingen zijn de verwachte kosten minimaal. De optimale dijkhoogte na de eerste versterking bedraagt daarmee: $h_0 (2 \text{ m}) + \Delta h_0 (1,78 \text{ m}) + \Delta h (0,89 \text{ m}) = \text{NAP} + 4,67 \text{ m}$. Voor andere combinaties van Δh_0 en Δh zijn

de verwachte kosten groter. Dit is in *Figuur 6* getoond voor drie andere waarden van Δh_0 en een groot aantal waarden van Δh .



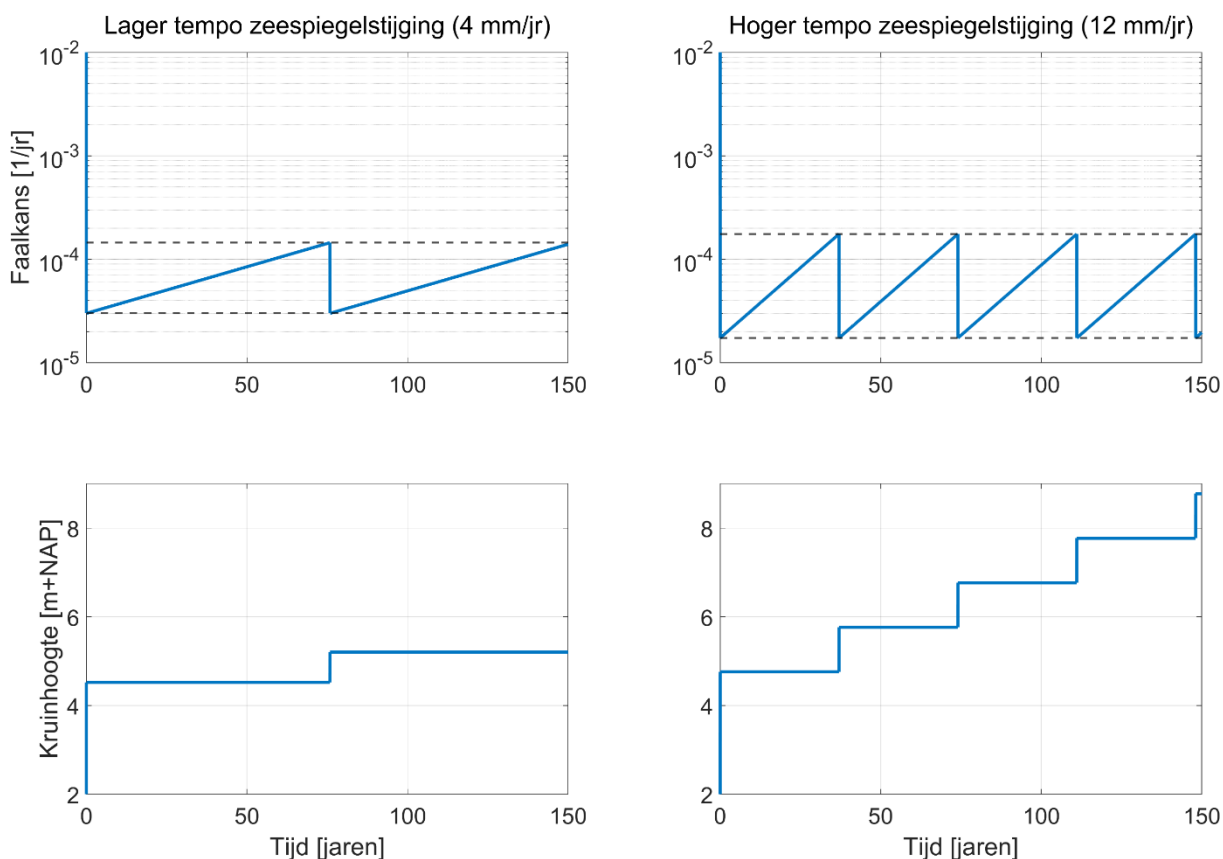
Figuur 6: Verwachte contante kosten van de versterkingskosten en het risico als functie van de aanvullende eerste ophoging Δh_0 en de terugkerende ophoging Δh . Het optimum van minimale kosten is zwart omcirkeld.

Stap 2: Bepaal welk deterministisch tempo van zeespiegelstijging dezelfde ophoging oplevert (de optimale rekenwaarde)

In de tweede rekenstap wordt de optimale investeringsstrategie bepaald voor een reeks deterministische (reken)waarden van het tempo van zeespiegelstijging. Elke deterministisch tempo leidt een andere optimale ophoging. De vraag is welke rekenwaarde van zeespiegelstijging resulteert in dezelfde optimale dijkhoogte na de eerste versterking als de probabilistische optimalisatie uit de vorige rekenstap (NAP +4,67 m).

Figuur 7 toont het eerder geschetste zaagtandverloop van de faalkans en de toename in dijkhoogte voor twee verschillende deterministische tempo's van zeespiegelstijging (4 mm/jr en 12 mm/jr). Te zien is dat de optimale maximale overstromingskans (aan het einde van ieder investeringsinterval) nauwelijks verandert met het tempo, maar het optimale minimum van de faalkans en de duur van elk versterkingsinterval wel.

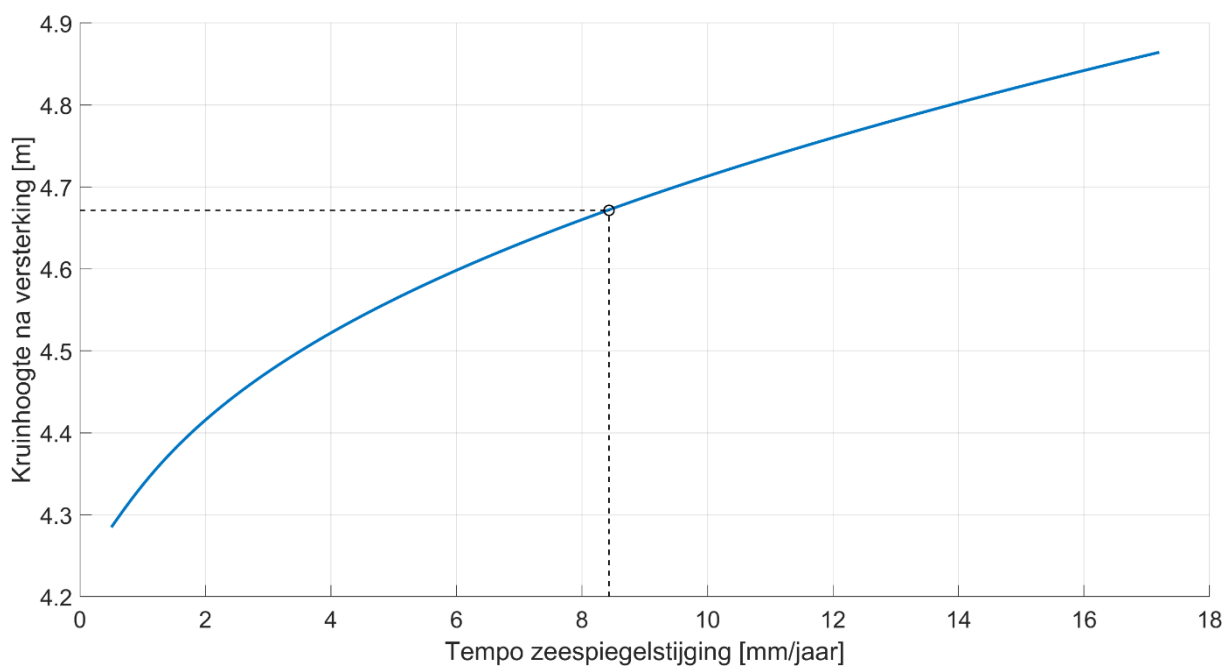
Dit is als volgt te verklaren. Door het lagere tempo van zeespiegelstijging heeft een dijkverhoging langer effect op het jaarlijkse risico. Dit uit zich in kleinere optimale ingrepen (dus kleinere sprongen van de overstromingskansen 'naar beneden' na versterking) en langere optimale investeringsintervallen. In de limiet, bij $z \rightarrow 0$ mm/jr, naderen de maximale en minimale overstromingskansen tot elkaar en gaat de optimale levensduur naar oneindig.



Figuur 7: Tijdsverloop van de optimale faalkans (boven) en kruinhoogte (onder) voor een lager (links) en hoger (rechts) deterministisch tempo van zeespiegelstijging.

De onderste grafieken tonen de totale dijkhoogte. Net na de eerste versterking is dat de som van de initiële dijkhoogte ($h_0 = 2$ m), de eerste aanvullende ophoging (Δh_0) en de terugkerende ophoging (Δh). Na iedere versterking neemt de dijkhoogte toe met de terugkerende ophoging (Δh), om zo de toegenomen faalkans door de opgetreden zeespiegelstijging te mitigeren.

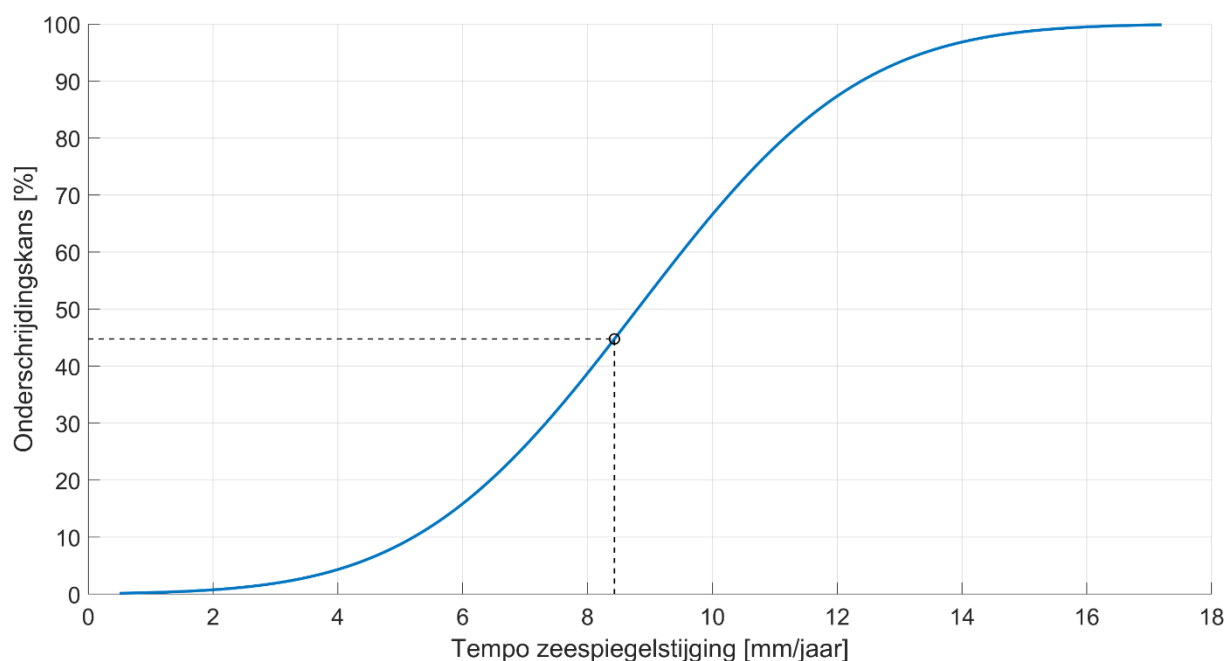
Figuur 8 toont de optimale kruinhoogte (na de eerste versterking) afgezet tegen het deterministische tempo van zeespiegelstijging. De stippellijnen geven aan bij welk tempo een optimale dijkhoogte na versterking wordt verkregen die gelijk is aan de probabilistische optimalisatie met onzeker tempo. Dit is de optimale rekenwaarde van zeespiegelstijging. Voor dit geval is dat 8.4 mm/jr.



Figuur 8. Optimale dijkhoogte na versterking als functie van de rekenwaarde van het tempo van ZSS waarvoor dit optimum is bepaald. De totale dijkhoogte is de som van de initiële dijkhoogte ($h_0 = 2\text{ m}$), de eerste aanvullende ophoging (Δh_0) en de terugkerende ophoging (Δh)

Stap 3: Stel vast hoe de rekenwaarde zich verhoudt tot de kansverdeling van zeespiegelstijging en het middentempo

Figuur 9 toont tenslotte hoe de optimale deterministische rekenwaarde voor zeespiegelstijging zich verhoudt tot de aangenomen kansverdeling. Deze correspondeert met het 44%-percentiel (onderschrijdingskans) van de gehanteerde kansverdeling. Deze waarde ligt dicht bij het gemiddelde tempo van zeespiegelstijging.



Figuur 9: Onderschrijdingskans van de optimale deterministische rekenwaarde voor zeespiegelstijging aangegeven in de aangenomen cumulatieve kansverdeling voor zeespiegelstijging.

4.3. Resultaten dijk en kunstwerk

We hebben voorgaande analysestappen doorlopen voor de basisgevallen dijk en kunstwerk. Tabel 2 toont het resultaat van de probabilistische optimalisatie.

Tabel 2: Resultaat probabilistische optimalisatie

Basisgeval	Variabele	Dijk	Kunstwerk
Toeslag eerste ophoging	Δh_0	1,78 m	1,67 m
Terugkerende ophoging	Δh	0,89 m	1,71 m
Hoogte na eerste ophoging	$h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$	4,67 m+NAP	5,37 m+NAP
Verwachte levensduur	$E(T)$	52,1 jaar	99,3 jaar

Tabel 3 toont de optimale rekenwaarde voor het tempo van zeespiegelstijging beide gevallen. Dat is het tempo dat resulteert in dezelfde optimale ophoging als de probabilistische optimalisatie.

De optimale rekenwaarden voor de gevallen dijk en kunstwerk corresponderen met respectievelijk het 44% en 45% percentiel van de aangenomen kansverdeling, dus net onder het gemiddelde tempo. Dit resultaat wijst erop dat het gemiddelde tempo inderdaad een geschikte leidraad is voor de omgang met de onzekerheid over het tempo van zeespiegelstijging bij het ontwerpen van waterkeringen.

Tabel 3: Ontwerpprocentiel en rekenwaarden voor de normale verdeling voor de basisgevallen dijk en kunstwerk

Kansverdeling			Dijk		Kunstwerk	
Type	μ	σ	Rekenwaarde	Percentiel	Rekenwaarde	Percentiel
Normaal	8,8 mm/jr	2,8 mm/jr	8,4 mm/jr	44%	8,5 mm/jr	45%

5 Gevoeligheidsanalyses

5.1. Gevoeligheid voor discontovoet

De berekeningen gaan uit van de vastgestelde standaarddiscontovoet van 2,25% per jaar. We toetsen de gevoeligheid voor een discontovoet van 1% per jaar om het effect van kosten en risico's die in de tijd steeds sneller stijgen grof/benaderend na te bootsen. *Tabel 4* en

Tabel 5 tonen de uitkomst van de analyse met lagere discontovoet vergeleken met de basisgevallen dijk en kunstwerk.

Tabel 4: Uitkomst van het numerieke experiment voor het basisgeval dijk vergeleken met een verlaagde discontovoet.

Dijk	Variabele	Discontovoet basisgeval (2,25%)	Discontovoet verlaagd (1%)
Toeslag eerste ophoging	Δh_0	1,78 m	2,05 m
Terugkerende ophoging	Δh	0,89 m	1,20 m
Hoogte na eerste ophoging	$h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$	4,67 m+NAP	5,25 m+NAP
Verwachte levensduur	$E(T)$	52,1 jaar	69,9 jaar
Rekenwaarde tempo zeespiegelstijging	z_d	8,4 mm/jr	8,5 mm/jr
Onderschrijdskans rekenwaarde	p_{zd}	44%	46%

Tabel 5: Uitkomst van het numerieke experiment voor het basisgeval kunstwerk vergeleken met een verlaagde discontovoet.

Kunstwerk	Variabele	Discontovoet basisgeval (2,25%)	Discontovoet verlaagd (1%)
Toeslag eerste ophoging	Δh_0	1,67 m	1,93 m
Terugkerende ophoging	Δh	1,71 m	2,41 m
Hoogte na eerste ophoging	$h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$	5,37 m+NAP	6,34 m+NAP
Verwachte levensduur	$E(T)$	99,3 jaar	140,1 jaar
Rekenwaarde tempo zeespiegelstijging	z_d	8,5 mm/jr	8,5 mm/jr
Onderschrijdskans rekenwaarde	p_{zd}	45%	45%

Omdat het toekomstige risico en de kosten van toekomstige versterkingen bij de verlaagde discontovoet zwaarder wegen, is de omvang van de eerste versterking logischerwijs groter dan eerder. De verwachte levensduur is hierdoor ook groter. Dat geldt voor zowel het geval dijk als kunstwerk. De lagere discontovoet heeft vrijwel geen effect op de optimale deterministische rekenwaarde als uitkomst van het experiment.

Het resultaat van deze gevoeligheidsanalyse geeft aan dat een sterke verlaging van de discontovoet (of: het veel zwaarder laten wegen van toekomstig risico en toekomstige investeringskosten) geen invloed heeft op de conclusie dat uitgaan van een gemiddeld tempo van de zeespiegelstijging een geschikt uitgangspunt is bij het ontwerpen van waterkeringen.

5.2. Gevoeligheid voor schadegetal

We toetsen de gevoeligheid van de resultaten voor de aangenomen hoogte van het schadegetal. We gaan in deze gevoeligheidsanalyse uit van een vijf keer hoger schadegetal ($S = 50 \cdot 10^9$) dan het basisgeval ($S = 10 \cdot 10^9$). Tabel 6 en

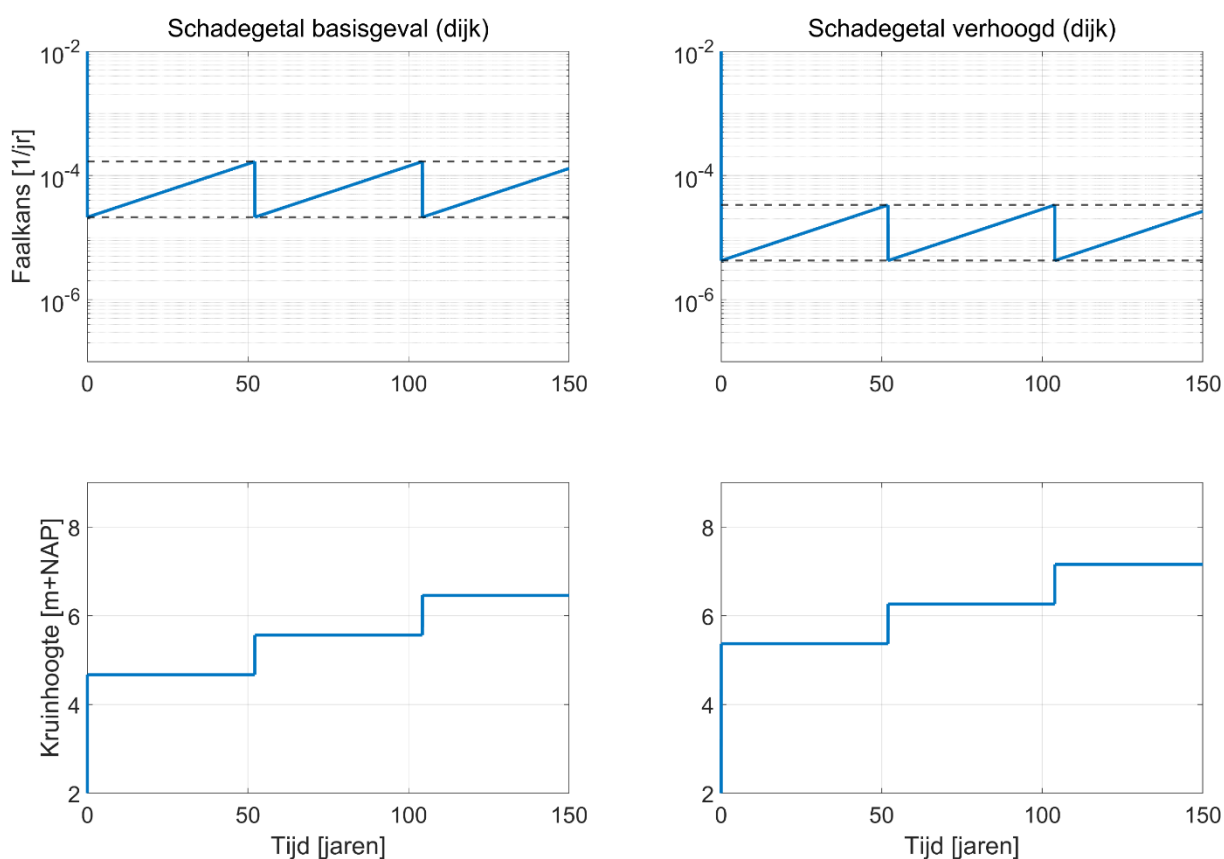
Tabel 7 tonen de uitkomst van de analyse met hoger schadegetal vergeleken met de basisgevallen dijk en kunstwerk.

Tabel 6: Uitkomst van het numerieke experiment voor het basisgeval dijk vergeleken met een verhoogd schadegetal.

Dijk	Variabele	Schadegetal basisgeval	Schadegetal verhoogd (5x)
Eerste aanvullende ophoging	Δh_0	1,78 m	2,48 m
Terugkerende ophoging	Δh	0,89 m	0,89 m
Hoogte na eerste ophoging	$h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$	4,67 m+NAP	5,37 m+NAP
Verwachte levensduur	$E(T)$	52,1 jaar	52,1 jaar
Rekenwaarde tempo zeespiegelstijging	z_d	8,4 mm/jr	8,4 mm/jr
Onderschrijdingskans rekenwaarde	p_{zd}	44%	44%

Tabel 7: Uitkomst van het numerieke experiment voor het basisgeval kunstwerk vergeleken met een verhoogd schadegetal.

Kunstwerk	Variabele	Schadegetal basisgeval	Schadegetal verhoogd (5x)
Eerste aanvullende ophoging	Δh_0	1,67 m	2,36 m
Terugkerende ophoging	Δh	1,71 m	1,71 m
Hoogte na eerste ophoging	$h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$	5,37 m+NAP	6,07 m+NAP
Verwachte levensduur	$E(T)$	99,3 jaar	99,3 jaar
Rekenwaarde tempo zeespiegelstijging	z_d	8,5 mm/jr	8,5 mm/jr
Onderschrijdingskans rekenwaarde	p_{zd}	45%	45%



Figuur 10: Tijdsverloop van de faalkans (boven) en kruinhoogte (onder) voor het basisgeval dijk (links) vergeleken met een verhoogd schadegetal (rechts). Het verloop van de faalkans is getoond voor het tempo van zeespiegelstijging dat resulteert in de verwachte levensduur van de optimale versterking.

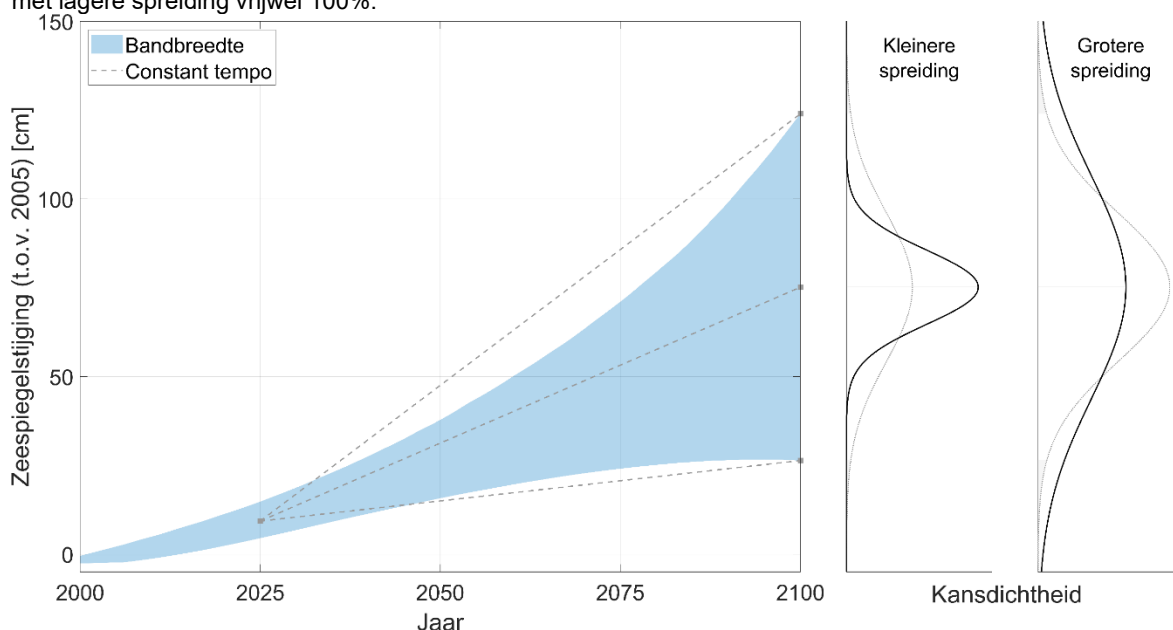
Het verhoogde schadegetal resulteert in een hogere eerste aanvullende ophoging. Dat betekent ook een hogere minimale faalkans, oftewel een strengere norm. Op de optimale terugkerende ophoging en daarmee de verwachte levensduur voor de versterking heeft het verhoogde schadegetal (afgerond) geen invloed. De verhouding tussen vaste en variabele kosten van de versterking is daarin de dominante bepalende factor.

Figuur 10 illustreert het verloop van de dijkhoogte en faalkans voor de dijk in de basisberekening en bij het verhoogde schadegetal. De gevoeligheidsanalyse geeft aan dat het schadegetal vrijwel geen invloed heeft op de optimale rekenwaarde voor het tempo van zeespiegelstijging.

5.3. Gevoeligheid voor spreiding zeespiegelstijging

De berekeningen in voorgaande paragrafen gingen uit van een normaal verdeeld tempo van de zeespiegelstijging met $\mu = 8,8$ mm/jr en $\sigma = 2,8$ mm/jr. Om de gevoeligheid voor de spreiding te toetsen, voeren we de berekening uit met een 50% kleinere en grotere standaardafwijking, respectievelijk $\sigma = 1,4$ mm/jr en $\sigma = 4,2$ mm/jr.²

Figuur 11 toont de verdelingen in deze gevoeligheidsanalyse in vergelijking met de verdeling uit de basisberekening, samen met de bandbreedte volgens de KNMI'23-scenario's Laag (5%) tot Hoog (95%). De bovengrens van scenario Hoog (124 cm zeespiegelstijging in 2100) kent voor de verdeling in de basisberekening een overschrijdingskans van 99%. Voor de verdeling met grotere spreiding is dat 94% en met lagere spreiding vrijwel 100%.



Figuur 11. De bandbreedte van de ZSS volgens de KNMI'23-scenario's Laag (5%) tot Hoog (95%), in combinatie met de kansverdeling voor het jaar 2100 voor de normale verdeling uit de basisberekening (gestippelde lijn) en de smallere en bredere normale verdeling (doorgetrokken lijnen) van het tempo van ZSS.

² Bij deze verdeling is er een grotere kans op een negatief tempo van zeespiegelstijging. Dit deel van de verdeling verwaarlozen we.

Tabel 98 toont naast de optimale rekenwaarde voor het tempo van zeespiegelstijging en bijhorende percentielen voor de verschillende normaalverdelingen. Hieruit blijkt dat de spreiding van de normaalverdeling een beperkte invloed heeft op de optimale rekenwaarde.

Tabel 8: Ontwerppercntiel en rekenwaarden voor de normale verdeling uit het basisgeval vergeleken met normaalverdelingen met kleinere en grotere spreiding.

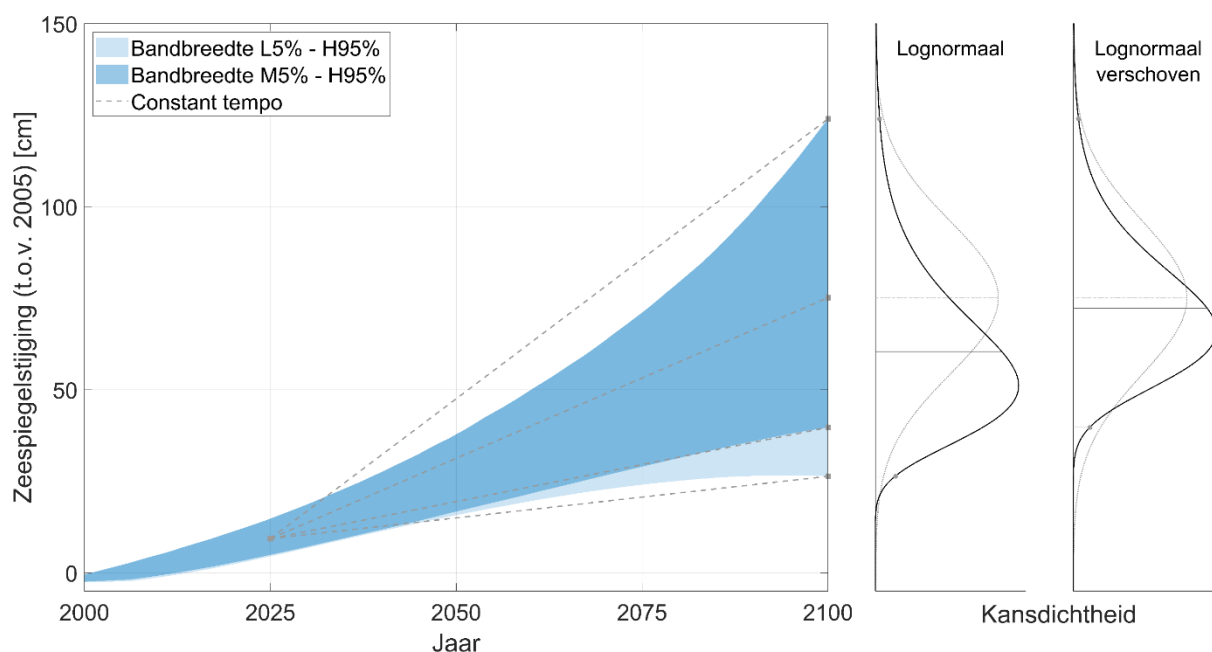
Kansverdeling			Dijk		Kunstwerk	
Type	μ	σ	Waarde	Percentiel	Waarde	Percentiel
Normaal, basisgeval	8,8 mm/jr	2,8 mm/jr	8,4 mm/jr	44%	8,5 mm/jr	45%
Normaal, kleinere spreiding	8,8 mm/jr	1,2 mm/jr	8,7 mm/jr	48%	8,7 mm/jr	47%
Normaal, grotere spreiding	8,8 mm/jr	4,2 mm/jr	8,2 mm/jr	44%	8,4 mm/jr	46%

5.4. Gevoeligheid voor kansverdelingen met positieve scheefheid

Tot nu toe is uitgegaan van een symmetrische kansverdeling voor het tempo van de zeespiegelstijging. In deze gevoeligheidsanalyse bekijken we het effect van een kansverdeling met een positieve scheefheid. De reden daarvoor is dat de verdelingen binnen de KNMI'23-scenario's (L, M, H) enige positieve scheefheid bezitten (tot 2100 is deze beperkt, daarna sterker). Ook de onbekende verdeling voor de toekomstige uitstoot, en de daaruit volgende instraling (W/m^2), zou een dergelijke scheefheid kunnen veroorzaken. We nemen daarom een lognormale verdeling aan.

Aanvullend toetsen we de impact van een lognormale verdeling geijkt op een verschoven bandbreedte van KNMI'23-scenario's M (5%) tot H (95%). Dit komt erop neer dat het scenario L (Laag) geheel buiten beschouwing wordt gelaten. Deze gevoeligheidsanalyse dient puur om het effect van een smallere maar ongunstigere bandbreedte te verkennen, en moet niet worden opgevat als een waardeoordeel over de plausibiliteit of bruikbaarheid van de verschillende KNMI'23-scenario's.

We ijken de lognormale verdelingen op eenzelfde wijze op de twee bandbreedten als de normaalverdeling uit de basisberekening, zoals toegelicht in 0. *Figuur 12* toont beide scheve verdelingen in vergelijking met de normale verdeling uit de basisberekening, en de bandbreedte volgens de KNMI'23-scenario's Laag (5%) tot Hoog (95%).



Figuur 12. De bandbreedte van de ZSS volgens de KNMI'23-scenario's L (5%) tot H (95%) en M (5%) tot H (95%), in combinatie met de normale verdeling uit de basisberekening (gestippelde lijn) en lognormale verdelingen gebaseerd op beide bandbreedten (doorgetrokken lijnen)

Tabel 9 toont de optimale rekenwaarden en percentielen voor zeespiegelstijging voor de basisberekening en beide lognormale verdelingen. De lognormale verdelingen met positieve scheefheid resulteren in een hoger optimaal ontwerppercentiel. Deze verdelingen werken immers tegengesteld aan het effect van de 'asymmetrische levensduur'. De verschuiving heeft slechts een marginaal effect op het optimale ontwerppercentiel. Ook met een scheve (al dan niet verschoven) verdeling ligt het optimale ontwerppercentiel rond de verwachtingswaarde van het tempo van de zeespiegelstijging.

Daaruit blijkt dat de positieve lognormale verdelingen resulteren in hogere ontwerppercentielen, maar lagere rekenwaarden van de zeespiegelstijging, doordat het grootste deel van de kansdichtheid van die verdeling lager ligt. Dat geldt zelfs voor de verschoven lognormale verdeling. De optimale rekenwaarde blijkt dus beperkt gevoelig voor een positieve scheve verdeling. Bijlage A gaat in op hoe deze uitkomsten zich verhouden tot de verschillende KNMI'23 scenario's.

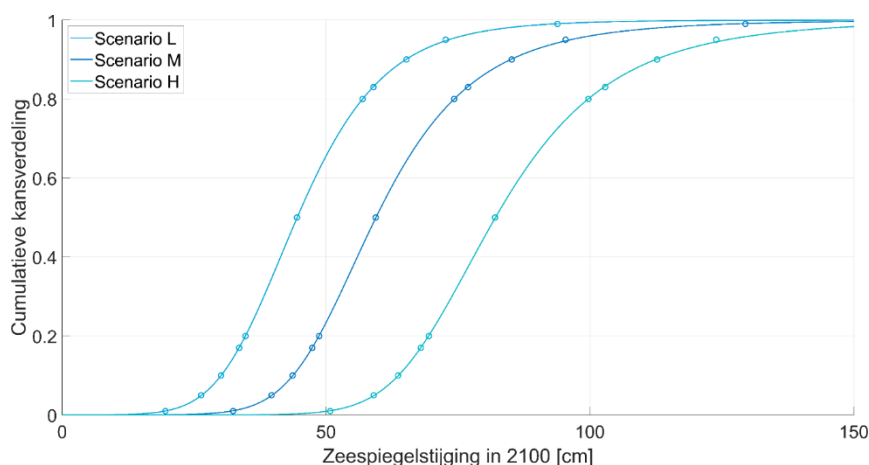
Tabel 9: Ontwerpprocentiel en rekenwaarden vergeleken voor normale verdeling en lognormale verdelingen

Kansverdeling Type	Dijk		Kunstwerk	
	Waarde	Percentiel	Waarde	Percentiel
Normaal, basisgeval	8,4 mm/jr	44%	8,5 mm/jr	45%
Lognormaal	6,4 mm/jr	50%	6,4 mm/jr	51%
Lognormaal, verschoven	8,1 mm/jr	51%	8,3 mm/jr	51%

5.5. Gevoeligheid voor kansverdeling samengesteld uit KNMI'23 scenario's

We toetsen ten slotte een kansverdeling die is opgebouwd uit de verdelingen die het KNMI conditioneel aan ieder van de klimaatscenario's (L, M, H) heeft afgeleid. Daarmee wordt zoveel mogelijk van de bekende informatie over de verdelingen van de KNMI'23 scenario's benut.

Van de verdelingen per scenario zijn waarden voor elf overschrijdingskansen beschikbaar (KNMI, 2023, bijbehorende data ontvangen per email). We fitten een verdeling om zo een doorlopende kansverdelingsfunctie te verkrijgen. Een Pearson-distributie sluit het beste aan op de bekende punten uit de overschrijdingskansverdeling zoals getoond in *Figuur 13*.

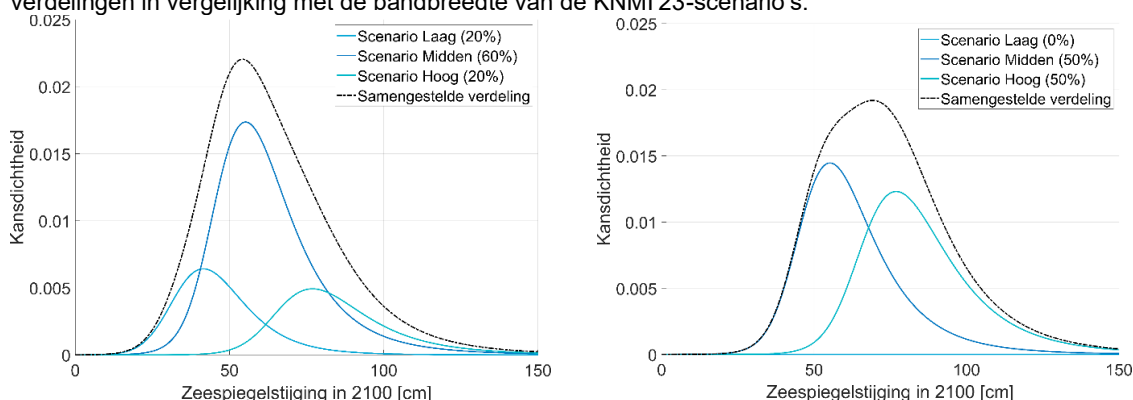


Figuur 13: Cumulatieve kansverdelingen voor de zeespiegelstijging in ieder van de drie KNMI'23 klimaatscenario's, volgens een Pearson-distributie gefit voor de elf bekende punten per scenario.

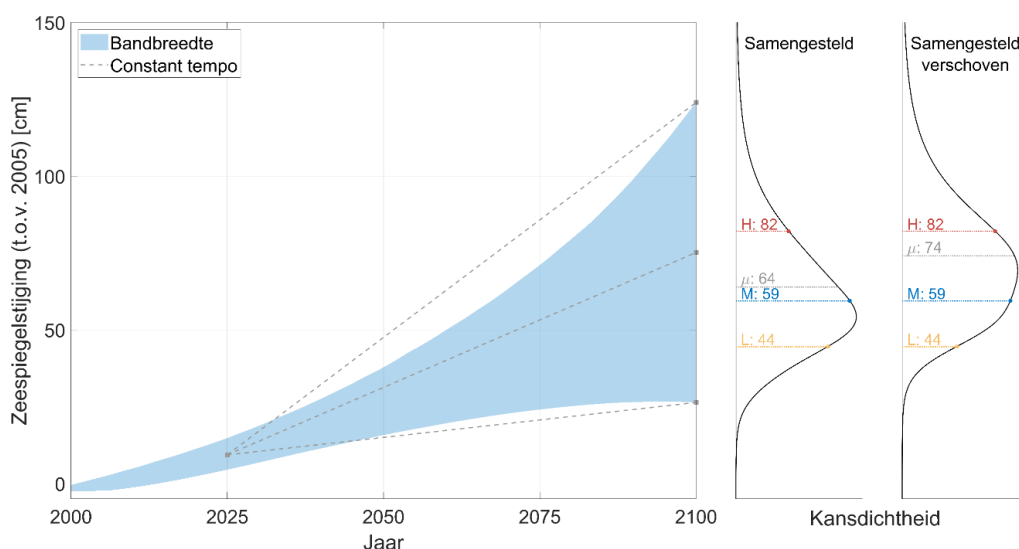
De basisberekening gaat uit van een symmetrische normaalverdeling geijkt op de grenzen van de volledige bandbreedte van de KNMI'23-scenario's L (5%) tot H (95%), dus slechts twee punten uit *Figuur 13*. Daarmee wordt de informatie uit de voorspelling van het KNMI over de vorm van de verdelingen van zeespiegelstijging per scenario slechts beperkt benut.

De klimaatscenario's kennen geen kans van optreden. Om de informatie van de verdelingen per scenario toch te benutten, nemen we in deze gevoeligheidsanalyse aan dat de drie KNMI'23-scenario's representatief zijn alle denkbare scenario's. We leiden een samengestelde verdeling af door kansgewichten toe te kennen aan ieder van de KNMI'23-scenario's. Ook deze gevoeligheidsanalyse dient puur om het effect van een dergelijke verdeling te verkennen, en moet niet worden opgevat als een waardeoordeel over de plausibiliteit of bruikbaarheid van de verschillende KNMI'23-scenario's.

We toetsen twee verdelingen: een verdeling waarbij het scenario M het meeste gewicht heeft (L = 20%, M = 60%, H = 20%) en een ongunstigere "verschoven" verdeling samengesteld uit alleen het gematigde en hoge scenario (L = 0%, M = 50%, H = 50%). *Figuur 14* toont de opbouw van de twee samengestelde verdelingen op basis van de "conditionele" verdelingen (=de verdelingen per KNMI'23-scenario). *Figuur 15* toont deze verdelingen in vergelijking met de bandbreedte van de KNMI'23-scenario's.



Figuur 14: Overkoepelende kansverdelingen opgebouwd uit de drie conditionele kansverdelingen per klimaatscenario voor twee variaties van gewichten van de scenario's.



Figuur 15: De bandbreedte van de ZSS volgens de KNMI'23-scenario's Laag (5%) tot Hoog (95%), in combinatie met de kansverdeling voor het jaar 2100 voor de twee samengestelde verdelingen opgebouwd uit conditionele verdelingen per scenario met de twee verschillende sets kansgewichten.

Tabel 10 toont de optimale rekenwaarden en percentielen voor de zeespiegelstijging voor de basisberekening en de twee samengestelde verdelingen. Het beeld is hetzelfde als voor de vorige gevoeligheidsanalyse met de lognormale verdelingen. Het optimale ontwerppercentiel ligt ook voor deze verdelingen rond de verwachtingswaarde van het tempo van de zeespiegelstijging.

Ook hier geldt dat de eerste verdeling met positieve scheefheid resulteert in een hoger ontwerppercentiel, maar lagere rekenwaarden. De verschillen tussen de uitkomsten zijn beperkter dan voor de lognormale verdelingen uit de gevoeligheidsanalyse. Dat vormt een indicatie dat de aangenomen scheefheid van de lognormale verdelingen in de eerdere gevoeligheidsanalyse relatief extreem is. 0 gaat in op hoe deze uitkomsten zich verhouden tot de verschillende KNMI'23-scenario's.

Tabel 10: Ontwerppercentiel en rekenwaarden vergeleken voor de normale verdeling uit het basisgeval en twee samengestelde verdelingen opgebouwd uit de conditionele verdelingen voor de zeespiegelstijging per scenario.

Kansverdeling		Dijk		Kunstwerk	
Type	Waarde	Percentiel	Waarde	Percentiel	
Normaal, basisgeval	8,4 mm/jr	44%	8,5 mm/jr	45%	
Samengesteld	6,9 mm/jr	51%	6,9 mm/jr	52%	
Samengesteld, verschoven	8,3 mm/jr	50%	8,3 mm/jr	50%	

6 Conclusies

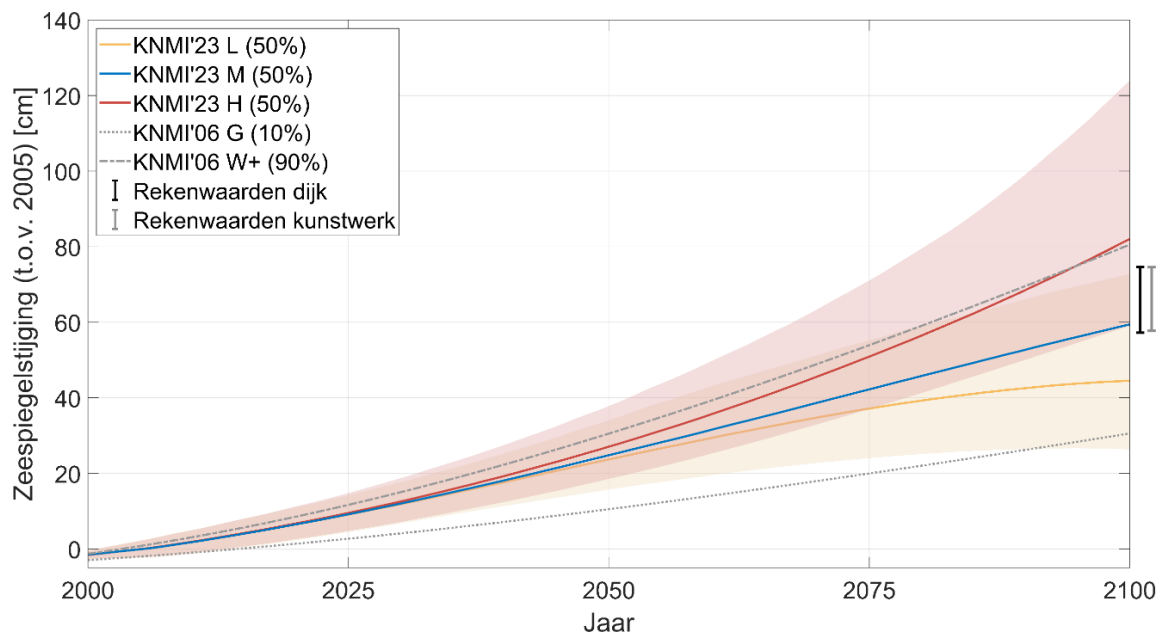
Met behulp van numerieke experimenten is nagegaan met welke rekenwaarde (deterministische waarde) van het tempo van zeespiegelstijging moet worden gerekend bij het bepalen van de hydraulische belastingen bij het ontwerpen van waterkeringen. De berekeningsresultaten wijzen erop dat dit voor zowel dijken als kunstwerken een waarde is nabij het gemiddelde tempo van de zeespiegelstijging.

Het hogere aandeel vaste kosten voor kunstwerken vertaalt zich vooral in een hogere optimale levensduur, en slechts beperkt in een hogere optimale rekenwaarde van het tempo van de zeespiegelstijging.

Gevoeligheidsanalyses tonen dat aannames ten aanzien van de discontovoet, alsmede de breedte en scheefheid van de verdeling van de zeespiegelstijging geen wezenlijke invloed hebben op de optimale rekenwaarde van het tempo van de zeespiegelstijging. De resultaten geven dus geen aanleiding om het ENW-advies uit 2019 over de omgang met onzekere toekomstverwachtingen bij het ontwerpen van waterkeringen te herzien.

Figuur 16 toont de KNMI'23-scenario's samen met de toeslagen voor zeespiegelstijging die horen bij de optimale rekenwaarden voor zeespiegelstijging volgens de verschillende berekeningen uit dit document. De bandbreedtes volgen uit de gevoeligheidsanalyses. De rekenwaarden zijn getoond voor het jaar 2100, voor herkenbaarheid en omdat de verdelingen voor het constant veronderstelde tempo van zeespiegelstijging uit het experiment op dat jaar zijn geijkt.

De optimale rekenwaarden uit de berekeningen in dit rapport sluiten voor de zeespiegelstijging goed aan bij de mediaan (50% waarde) van het KNMI'23 scenario M (SSP2-4.5) (zie 0).



Figuur 16: Zeespiegelstijging volgens de KNMI'23 scenario's met bandbreedte van scenario Laag en Hoog vergeleken met de bandbreedte aan rekenwaarden (in 2100) als resultaat van de gevoeligheidsanalyses in het numeriek experiment voor dijken en kunstwerken.

7 Bijlagen

7.1. Bijlage A: Hoe verhouden de optimale ontwerppercentielen zich tot de KNMI'23 scenario's?

Deze bijlage geeft een beeld van hoe de uitkomsten van het numerieke experiment zich verhouden tot de KNMI'23 scenario's. We gaan consequent uit van 2100 als referentiejaar, zowel voor dijken als kunstwerken, gezien de verdelingen voor het constante tempo van zeespiegelstijging uit het numerieke experiment op dat jaar zijn geijkt. Bijlage 7.2.1 beschrijft de relatie tussen het constante tempo van zeespiegelstijging en de absolute zeespiegelstijging in het jaar 2100. *Tabel 11* toont de zeespiegelstijging in 2100 volgens de KNMI'23 scenario's voor enkele onderschrijdingskansen.

Tabel 11: Zeespiegelstijging in 2100 (t.o.v. 2005) volgens de KNMI'23 scenario's voor enkele onderschrijdingskansen (bron: data ontvangen van KNMI, augustus 2024).

Percentiel	L (SSP126)	M (SSP245)	H (SSP585)
50% (Mediaan)	44 cm	59 cm	82 cm
83%	59 cm	77 cm	103 cm
95%	73 cm	95 cm	124 cm
Verwachtingswaarde	47 cm	63 cm	86 cm

Tabel 12 toont de optimale toeslag in het jaar 2100 voor de basisgevallen dijk en kunstwerk als wordt uitgegaan van de optimale rekenwaarden van het tempo van zeespiegelstijging voor de verschillende onderzochte verdelingen.

Tabel 12: Ontwerppercentiel en rekenwaarden voor dijken (50 jaar verwachte levensduur) en kunstwerken (100 jaar verwachte levensduur) als resultaat van het numeriek experiment voor verschillende verdelingen. De rekenwaarde van de zeespiegelstijging is getoond voor het jaar 2100 (t.o.v. 2005 in overeenstemming met KNMI'23), gezien de verdelingen op dat jaar zijn geijkt.

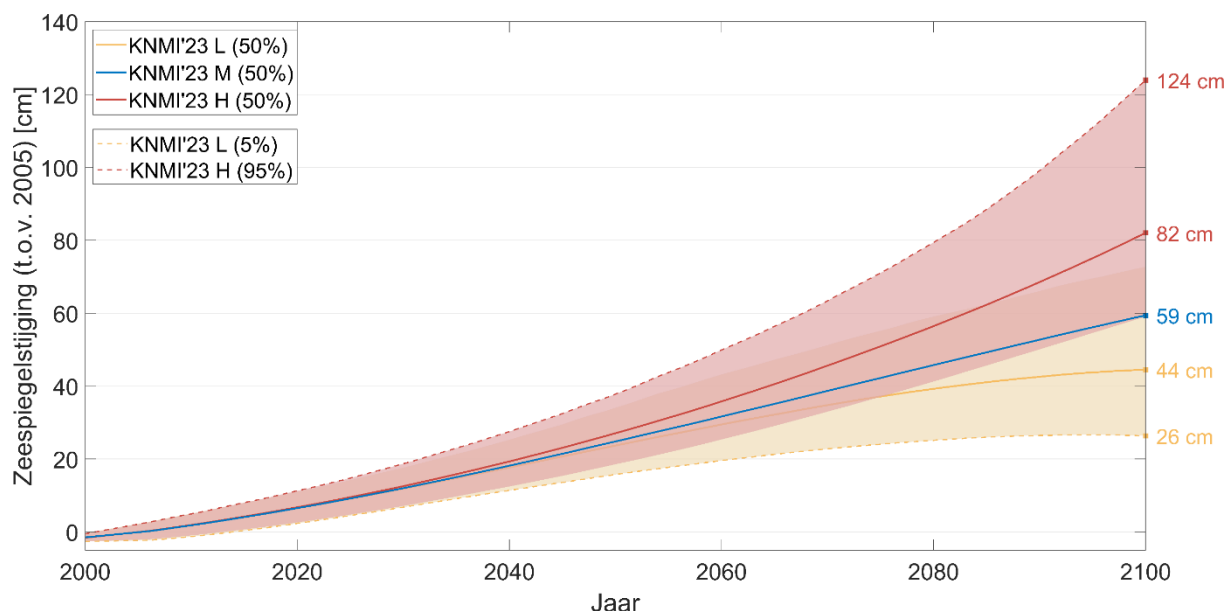
Kansverdeling		Dijk		Kunstwerk	
Type	μ	Percentiel	Waarde in 2100	Percentiel	Waarde in 2100
Normaal, basisgeval	75 cm	44%	72 cm	45%	73 cm
Normaal, kleinere spreiding	75 cm	48%	75 cm	47%	75 cm
Normaal, grotere spreiding	75 cm	44%	71 cm	46%	72 cm
Lognormaal	60 cm	50%	57 cm	51%	58 cm
Lognormaal, verschoven	72 cm	51%	70 cm	51%	70 cm
Samengesteld	64 cm	51%	61 cm	52%	61 cm
Samengesteld, verschoven	74 cm	50%	72 cm	50%	72 cm

Op basis daarvan doen we de volgende constatering:

1. Het optimale ontwerppercentiel ligt in alle gevallen rond het gemiddelde en de mediaan van de verdeling. De optimale toeslagen voor zeespiegelstijging liggen voor de basisgevallen dijk en kunstwerk liggen voor zichtjaar 2100 dicht bij elkaar.
2. De optimale toeslag voor zeespiegelstijging in 2100 varieert over de verschillende verdelingen tussen de 57 cm en 75 cm. Dat sluit relatief goed aan op de mediaan (59 cm) of de 83%-waarde (77 cm) van het scenario M.
3. De samengestelde verdeling resulteert in een optimale toeslag voor zeespiegelstijging in 2100 van 61 cm voor zowel dijk als kunstwerk. De mediaan van het scenario M (59 cm) lijkt op basis van deze uitkomsten van de numerieke experimenten de meest geschikte keuze.

7.2. Bijlage B: Afleiding verdelingen voor constant tempo zeespiegelstijging

Het KNMI heeft voor drie klimaatscenario's Laag (L), Matig (M) en Hoog (L) de jaarlijkse zeespiegelstijging inclusief onzekerheidsbandbreedte voorspeld. De verdeling van de zeespiegelstijging is niet bekend, aangezien alleen bandbreedtes³ zijn voorspeld voor de klimaatrespons bij specifieke uitstootscenario's (SSP's) die geen kans van optreden kennen. Wel stelt het KNMI dat de scenario's Laag en Hoog de hoekpunten betreffen waarin het klimaat waarschijnlijk verandert (KNMI, 2024). *Figuur 17* toont de zeespiegelstijging volgens deze scenario inclusief de bandbreedte van scenario Laag (5%) tot scenario Hoog (95%).



Figuur 17: Zeespiegelstijging volgens de KNMI'23 scenario's met bandbreedte van scenario Laag (5%) tot Hoog (95%) en bijbehorende waarden in 2100

³ De KNMI'23 scenario's zijn L (SSP126), M (SSP245) en H (SSP585). Per scenario heeft het KNMI een kansverdeling van de cumulatieve zeespiegelstijging per jaar voorspeld, voor de periode van 1990 tot 2100. De achtergrondgegevens bevatten deze kansverdeling op basis van elf percentielen (1%, 5%, 10%, 17%, 20%, 50%, 80%, 83%, 90%, 95%, 99%).

Het numeriek experiment gaat uit van een verdeling voor een constant tempo van zeespiegelstijging. Daarom is het nodig een representatief lineair tempo af te leiden van de KNMI'23 gegevens. Daarnaast vraagt het experiment om één continue verdeling. We gaan eerst in op de werkwijze voor de afleiding van een lineair tempo. Vervolgens beschrijven we de totstandkoming van de verschillende verdelingen die zijn toegepast in de basisberekening.

7.2.1 B.1: Representatief constant tempo van zeespiegelstijging

Het moment van de eerstvolgende versterking is het meest bepalend voor de uitkomst van het numeriek experiment. Voor dijken is dat typisch 50 jaar en voor kunstwerken 100 jaar. We kiezen daarom 75 jaar als periode om het lineaire tempo van zeespiegelstijging op te ijken. Dat komt neer op de periode 2025 t/m 2100.

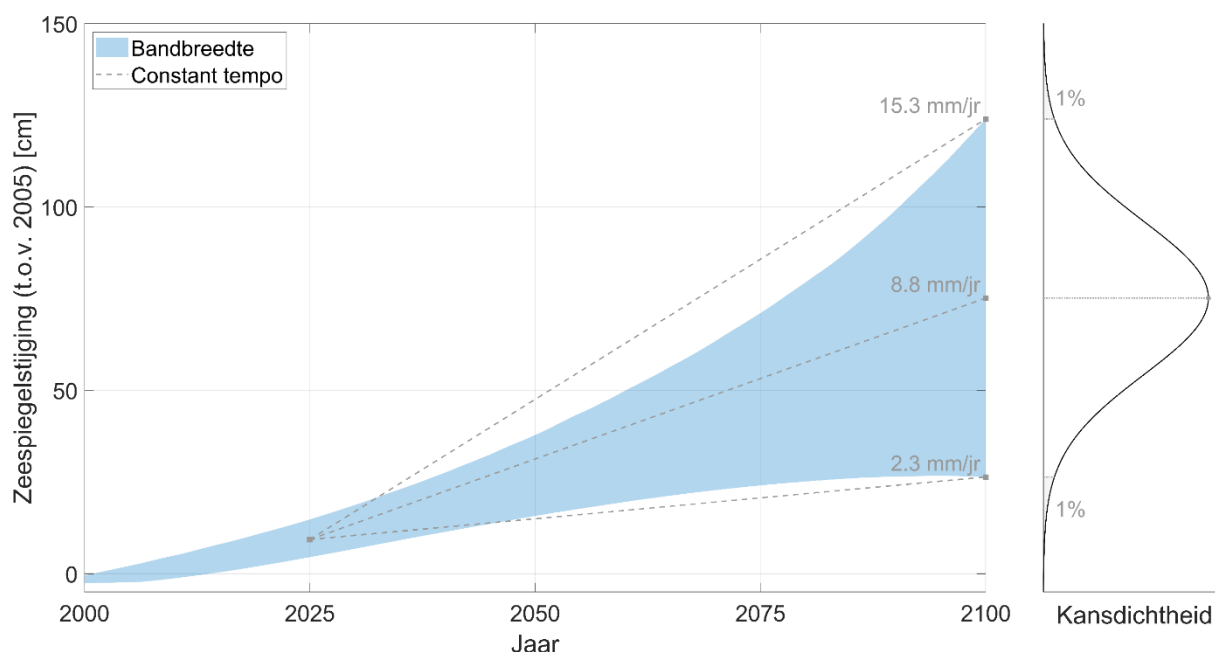
De reeds opgetreden zeespiegelstijging in 2025 kent volgens de scenario's ook al enige onzekerheid. Op basis van gesprekken met het KNMI lijkt dat echter vooral het resultaat van de modellering, aangezien op basis van metingen de reeds opgetreden zeespiegelstijging beter bekend is. We kiezen daarom over alle scenario's een enkele waarde voor de zeespiegelstijging in 2025. Daarvoor gaan we uit van de verwachtingswaarde van het scenario M van 9,3 cm.

De zeespiegelstijging in 2100 varieert van 26 cm voor de 5%-overschrijdingswaarde van scenario Laag tot 124 cm voor de 95%-overschrijdingswaarde van scenario Hoog. Uitgedrukt in een gemiddeld tempo is dat 2,2 mm/jaar $((260-93)/75)$ tot 15,3 mm/jaar $((1240-93)/75)$.

7.2.2 B.2: Kansverdelingen

De basisberekening gaat uit van een symmetrisch normaalverdeling over de volledige bandbreedte van scenario Laag (5%) tot scenario Hoog (95%). De gevoeligheidsanalyses beschouwen ook alternatieve verdelingen: lognormale verdelingen met positieve en negatieve scheefheid en samengestelde verdelingen op basis van de klimaatscenario's.

De genoemde overschrijdingskansen zijn conditioneel aan het bijbehorende scenario. De werkelijke overschrijdingskansen zijn niet bekend. Aannemelijk is dat bij een overkoepelende verdeling de overschrijdingskansen behorende bij deze uitersten lager zijn, gezien de meeste kansdichtheid wat betreft uittootsscenario's zal liggen binnen de hoekpunten. We gaan in eerste instantie uit van 1% en 99%. In de gevoeligheidsanalyses beschouwen we ook de resultaten voor normaalverdelingen met een kleinere en grotere spreiding.



Figuur 18: Bandbreedte volgens de KNMI'23 scenario's Laag (5%) tot Hoog (5%) samen met de normaalverdeling voor het tempo van zeespiegelstijging zoals toegepast in de basisberekening

Bovenstaande resulteert in een normaalverdeling voor het tempo van zeespiegelstijging met een verwachtingswaarde van $\mu = 8,8 \text{ mm/jr}$ en standaardafwijking van $\sigma = 2,8 \text{ mm/jr}$. *Figuur 18* toont de deze normaalverdeling samen met de bandbreedte van de KNMI'23 scenario's L (5%) tot H (5%).

De lognormale verdelingen uit de gevoeligheidsanalyse zijn op eenzelfde wijze afgeleid, namelijk dusdanig dat de uitersten van de bandbreedte van de KNMI'23 scenario's een overschrijdingskans van 1% en 99% kennen in de resulterende verdeling. Bij lognormale verdeling zijn L (5%) en H (95%) als uitersten gekozen, en bij de verschoven lognormale verdeling zijn dat M (5%) en H (95%). De totstandkoming van de samengestelde verdelingen is toegelicht in de hoofdtekst van dit rapport.

Bij een aantal verdelingen is er een kleine kans op negatieve zeespiegelstijging. Dat wordt onwaarschijnlijk geacht en geeft in het numerieke experiment onrealistische resultaten doordat dit resulteert in oneindige levensduren van versterkingen. We verwaarlozen daarom het deel van de verdeling onder de 0,5 mm/jaar. In de aangenomen verdeling kent dat tempo een overschrijdingskans van 0,15%.

7.3. Bijlage C: Uitwerking optimalisatievraagstuk

7.3.1 C.1: Uitwerking optimalisatievraagstuk

We beginnen met de uitwerking van het optimalisatievraagstuk als wordt gerekend met een rekenwaarde van het onzekere tempo van zeespiegelstijging (z_d). Het optimalisatievraagstuk is dan relatief eenvoudig omdat het geen onzekere grootheden omvat ('deterministisch optimalisatie'). Vervolgens beschouwen we het optimum als wordt gerekend met een onzeker tempo. Daarna bepalen we welke rekenwaarde moet worden gekozen om in een deterministische optimalisatie (met een rekenwaarde voor ZSS) verhogingen te vinden die identiek zijn aan wat volgt uit een uitwerking waarin rekening wordt gehouden met onzekerheid (met een kansverdeling voor ZSS).

7.3.2 C.2: Deterministische optimalisatie met een rekenwaarde voor het tempo van ZSS

Onder de gedane aannamen zijn herhaalinvesteringen alleen nodig om het effect van klimaatverandering op te vangen. De kosten hiervan zijn steeds gelijk aan:

$$K_{ZSS} = c + v \cdot \Delta h \quad (5)$$

Waarin:

- c Vaste kosten [euro]
- v Kosten per meter dijkverhoging [euro/m]. Dit zijn de variabele kosten.
- Δh Ophoging [m]

Alleen bij de eerste versterking komen hier ook nog de kosten bij om het 'gat' te overbruggen tussen de overstromingskans in de uitgangssituatie en de maximale overstromingskans vanuit economisch perspectief (= de maximale overstromingskans na $t=0$):

$$K_1 = c + v \cdot \Delta h + v \cdot \Delta h_0 \quad (6)$$

Waarin:

- K_1 Kosten van eerste ophoging [m]
- Δh_0 Ophoging die verband ter overbrugging van het verschil tussen de overstromingskans in de uitgangssituatie en de overstromingskans waarbij versterking vanuit economisch perspectief *net* nodig is (en niet ruimschoots, zoals in de uitgangssituatie het geval is) [m]

Merk op dat de overstromingskans *direct voorafgaand* aan de eerste versterking gelijk is aan:

$$Pf_0 = e^{\left(\frac{h_0 - a}{b}\right)} \quad (7)$$

Waarin:

- a* Liggingsparameter van de HBN-verdeling [m]
- b* Schaalparameter van de HBN-verdeling [m]. Merk op dat de decimeringhoogte van het HBN gelijk is aan $b \cdot \ln(10)$.

Direct na de eerste versterking is de overstromingskans gelijk aan:

$$Pf_{min} = e^{\left(-\frac{h_0 + \Delta h_0 + \Delta h - a}{b}\right)} \quad (8)$$

Deze kans neemt vervolgens geleidelijk toe door zeespiegelstijging:

$$Pf_t = Pf_{min} \cdot e^{\left(-\frac{z_d \cdot r \cdot t}{b}\right)} \quad (9)$$

Waarin:

- Pf_t Overstromingskans in jaar *t* [per jaar]
- Pf_{min} Overstromingskans direct na een versterking [per jaar]
- z_d Rekenwaarde van het tempo van zeespiegelstijging [m/jaar]
- r* Verhouding tussen zeewaterstand en HBN [-]. Stel $r = 2,25$.
- t* Tijd [jaar]

Onder de gedane aannamen heeft elk investeringsinterval de volgende duur (*T*):

$$T = \frac{\Delta h}{r \cdot z_d} \quad (10)$$

De overstromingskans aan het einde van het eerste investeringsinterval (en aan het einde van elk volgend interval) is dus gelijk aan:

$$Pf_{max} = Pf_{t=T} = Pf_{min} \cdot e^{\left(-\frac{z_d \cdot r \cdot T}{b}\right)} \quad (11)$$

$$Pf_{max} = e^{\left(-\frac{h_0 + \Delta h_0 + \Delta h - a}{b}\right)} \cdot e^{\left(-\frac{z_d \cdot r \cdot T}{b}\right)} \quad (12)$$

$$Pf_{max} = e^{\left(-\frac{h_0 + \Delta h_0 - a}{b}\right)} \quad (13)$$

Voor het eerste investeringsinterval is de contante waarde van de investeringskosten en het overstromingsrisico als volgt te benaderen:

$$CW_1 = c + v \cdot \Delta h + \int_0^T S \cdot Pf_t \cdot dt \quad (14)$$

Waarin:

S Potentiële schade [euro]

Uitschrijven geeft:

$$CW_1 = c + v \cdot (\Delta h_0 + \Delta h) + \int_0^{\Delta h/z_d} S \cdot e^{\left(-\frac{h_0 + \Delta h_0 + \Delta h - z_d \cdot r \cdot t - a}{b}\right)} \cdot e^{-\gamma \cdot t} \cdot dt \quad (15)$$

Waarin:

CW_1 Contante waarde van de investeringskosten en het risico in het eerste investeringsinterval [euro]

c Vaste kosten [euro]

v Kosten per meter dijkverhoging [euro/m]. Dit zijn de variabele kosten.

γ Discontovoet [per jaar]

Uitschrijven geeft:

$$CW_1 = c + v \cdot (\Delta h_0 + \Delta h) + \int_0^{\frac{\Delta h}{z_d \cdot r}} S \cdot e^{\left(-\frac{h_0 + \Delta h_0 + \Delta h - z_d \cdot r \cdot t - a}{b}\right)} \cdot e^{-\gamma \cdot t} \cdot dt \quad (16)$$

Ofwel:

$$CW_1 = c + v \cdot (\Delta h_0 + \Delta h) + S \cdot e^{\left(-\frac{h_0 + \Delta h_0 + \Delta h - a}{b}\right)} \cdot \int_0^{\frac{\Delta h}{z_d \cdot r}} e^{\left(\frac{(z_d \cdot r - b \cdot \gamma) \cdot t}{b}\right)} \cdot dt \quad (17)$$

Uitwerken geeft:

$$CW_1 = c + v \cdot (\Delta h_0 + \Delta h) + S \cdot e^{\left(\frac{h_0 + \Delta h_0 + \Delta h - a}{b}\right)} \cdot \frac{b}{(z_d \cdot r - b \cdot \gamma)} \cdot \left(e^{\left(\frac{(z_d \cdot r - b \cdot \gamma) \cdot \Delta h}{b \cdot z_d \cdot r}\right)} - 1 \right) \quad (18)$$

Dit kan wat compacter worden geschreven als:

$$CW_1 = c + v \cdot (\Delta h_0 + \Delta h) + S \cdot Pf_{min} \cdot q \quad (19)$$

met:

$$q = \frac{b}{(z_d \cdot r - b \cdot \gamma)} \cdot \left(e^{\left(\frac{(z_d \cdot r - b \cdot \gamma) \cdot \Delta h}{b \cdot z_d \cdot r}\right)} - 1 \right) \quad (20)$$

In woorden: de contante waarde van de investeringskosten en het risico voor het eerste investeringsinterval (CW_1) is gelijk aan:

1. De vaste kosten (c);
2. De variabele kosten ($v \cdot (\Delta h_0 + \Delta h)$); en
3. Het risico direct na versterking ($S \cdot Pf_{min}$), vermenigvuldigd met een term die verband houdt met de duur van het interval en het effect van discontering en zeespiegelstijging binnen deze tijdsduur (q).

De bovenstaande uitdrukking betreft alleen het eerste investeringsinterval. De uitdrukking voor elk volgend investeringsinterval is vrijwel gelijk. Het enige verschil is dat er na de eerste versterking geen kosten meer gemaakt hoeven te worden om het aanvankelijke 'gat' ter grootte van Δh_0 te dichten, en dat de kosten en het risico contant gemaakt moet worden naar $t=0$. De contante waarde voor elk opeenvolgende investeringsinterval i volgt zodoende uit:

$$CW_i = (c + v \cdot \Delta h + S \cdot Pf_{min} \cdot q) \cdot e^{-\gamma \cdot (i \cdot T)} \quad \text{voor } i \geq 2 \quad (21)$$

De contante waarde voor alle opeenvolgende investeringsintervallen tezamen ($i = 1$ tot ∞) volgt nu uit:

$$CW = \sum_{i=1}^{\infty} NCW_i \quad \text{met } n \rightarrow \infty \quad (22)$$

Merk op dat vergelijking (22) convergeert naar:

$$CW = v \cdot \Delta h_0 + \frac{c + v \cdot \Delta h + S \cdot Pf_{min} \cdot q}{1 - e^{-\gamma \cdot (i \cdot T)}} \quad (23)$$

De optimale periodieke ophoging wordt gevonden waar CW minimaal is. Helaas is een overzichtelijke analytische oplossing niet te geven. Het optimum is echter eenvoudig numeriek te bepalen door de waarden van Δh_0 en Δh te variëren en te bekijken wanneer CW minimaal is. De optimale dijkhoogte na de eerste versterking is dan $h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$. Uit deze resultaten is direct het tijdverloop van de overstromingskans te bepalen.

Noot: ter controle kan het eerstejaarsrendement worden beschouwd. Het einde van een investeringsinterval wordt bereikt als het eerstejaarsrendement positief wordt, dus gelijk is aan nul (zie ook CPB, 2005; ENW, 2019). Op dat moment loont het namelijk om opnieuw te investeren. Er geldt zodoende:

$$S \cdot (Pf_{max} - Pf_{min}) = \gamma \cdot (c + v \cdot \Delta h_0) \quad (24)$$

Aan de linkerzijde staat de reductie van het risico op jaarbasis. Aan de rechterzijde staan de jaarkosten van de ingreep. Voor de maximale overstromingskans geldt dus:

$$Pf_{max} = \gamma \cdot \frac{c + v \cdot \Delta h_0}{S} + Pf_{min} \quad (25)$$

Voor de analyses hebben we gecontroleerd dat de maximale overstromingskansen in overeenstemming zijn met een eerstejaarsrendement dat gelijk is aan nul.

7.3.3 C.3: Probabilistische optimalisatie met een onzeker tempo van ZSS

Bij een onzeker tempo van ZSS is de verwachtingswaarde van de contante waarde van de investeringskosten en het risico als volgt (onzekere variabelen zijn dikgedrukt – de onzekerheid over de contante waarde komt voort uit de onzekerheid over het tempo van ZSS):

$$E(NCW) = \int NCW(z) f_Z(z) dz \quad (26)$$

Uitschrijven geeft:

$$E(CW) = \int v \cdot \Delta h_0 + \frac{c + v \cdot \Delta h + \frac{S \cdot Pf_{min} \cdot b}{(z_d \cdot r - b \cdot \gamma)} \cdot \left(e^{\left(\frac{(Z \cdot r - b \cdot \gamma) \cdot \Delta h}{b \cdot Z \cdot r} \right)} - 1 \right)}{1 - e^{-\gamma \cdot \left(\frac{i \cdot \Delta h}{Z \cdot r} \right)}} f_Z(z) dz \quad (27)$$

Waarin:

$E(\cdot)$ Verwachtingswaarde-operator

$CW(z)$ Contante waarde van kosten en baten voor een gegeven tempo van zeespiegelstijging.

Z Tempo van zeespiegelstijging [m per jaar]. Dit is nu een stochastische variabele

$f_Z(z)$ Kansdichtheidsfunctie van de zeespiegelstijging [-]

Het optimum is echter eenvoudig numeriek te bepalen door de waarden van Δh_0 en Δh te variëren en te bekijken wanneer $E(CW)$ minimaal is. De optimale dijkhoogte na de eerste versterking is dan gelijk aan $h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$. Hieruit is dan o.a. te bepalen:

1. het verloop van de overstromingskans zoals die later bepaald zal worden, inclusief de onzekerheid daaromtrent; en
2. de kansverdeling van de duur van het optimale investeringsinterval.
3. de verwachtingswaarde van de duur van het optimale investeringsinterval (=verwachte levensduur):

$$E(T) = \int \frac{\Delta h_i}{Z} f_Z(z) dz \quad (28)$$

7.3.4 C.4: Rekenstappen om optimale waarde zeespiegelstijging te bepalen

Ten slotte kan worden bepaald welke rekenwaarde van het onzekere tempo van zeespiegelstijging (z_d) in een deterministische optimalisatie dezelfde dijkhoogte na versterking ($h_0 + \Delta h_0 + \Delta h$) oplevert als die volgt uit de optimalisatie onder onzekerheid. De rekenstappen daartoe zijn toegelicht in Paragraaf **Fout!**

Verwijzingsbron niet gevonden..

7.4. Bijlage D: Referenties

CPB (2005). *Veiligheid tegen overstromen Kosten-batenanalyse voor Ruimte voor de Rivier, deel 1*. CPB Document no. 82, april 2005.

Deltares (2019). *Kansverdeling klimaatscenario's in LCC*. Memo van 28 februari 2019, 11202226-010-GEO-0003.

ENW (2019). *Hoe omgaan met toekomstverwachtingen bij het ontwerpen van waterkeringen?*

KNMI (2023). *KNMI'23 klimaatscenario's voor Nederland - Gebruikersrapport*.

KNMI (2024, December 12). <https://www.knmi.nl/kennis-en-datacentrum/achtergrond/knmi-23-klimaatscenario-s>.

Ministerie van Financiën (2020). *Rapport Werkgroep discontovoet 2020*.

Colofon

Uitgave van het Expertise Netwerk Waterveiligheid
© 2025

Contactgegevens

Expertise Netwerk Waterveiligheid
p/a Rijkswaterstaat WVL, afdeling Waterkeringen
t.a.v. ir. N.R. van der Sleen
Postbus 2232, 3500 GE Utrecht

E enwsecretariaat@rws.nl
I www.enwinfo.nl