J. Pol

Shields-Darcy pipingmodel Verschilanalyse met Sellmeijer en D-GeoFlow



Shields-Darcy pipingmodel Verschilanalyse met Sellmeijer en D-GeoFlow

Eindrapport

in opdracht van Expertise Netwerk Waterveiligheid (ENW-Techniek en ENW-Veiligheid)

19 oktober 2020

Auteur:Joost Pol (TU Delft)Met bijdragen van:Vera van Beek (Deltares)
Juan Aguilar Lopez (TU Delft)

Bas Jonkman (TU Delft)



Inhoud

Inhoud	5
1 Inleiding	7
2 Conceptuele verschillen	8
2.1 Inleiding	8
2.1.1 Faalpad piping en het Sellmeijer- en SD-model daarin	8
2.2 Globale vergelijking van beide modellen	9
2.3 Criterium voor korrelevenwicht	12
2.4 Kalibratie	14
2.4.1 Kalibratiedataset	15
2.4.2 Onzekerheid in kalibratiedataset	16
2.4.3 Uitschieters in experimenten	17
3 Verschilanalyse kritiek verval	19
3.1 Inleiding	19
3.2 Methode	19
3.3 Verschil in kritiek verval	20
3.4 Schaaleffecten	21
3.4.1 Effect van dikte watervoerend pakket (met L constant)	21
3.4.2 Effect van kwelweglengte (met D constant)	22
3.5 Effect van korrelgrootte (d ₅₀)	23
4 Modelberekeningen met D-GeoFlow	25
4.1 Inleiding	25
4.2 Methode	25
4.3 Invloed van randvoorwaarden	25
4.4 Schaaleffecten	
4.5 Verhanglijnen en stromingscondities	28
5 Conclusies en aanbevelingen	31
5.1 Sellmeijer en Shields-Darcy	31
5.1.1 Conceptuele verschillen	31
5.1.2 Verschillen in uitkomsten	31
5.1.3 Shields-Darcy een realistisch alternatief?	32
5.2 Stappen richting een verbeterde pipinganalyse	
Symbolenlijst	34
Referenties	35
Bijlage A: D-GeoFlow	
D-GeoFlow model	
Randvoorwaarden grondwaterstroming	
Stroomlijnen bij verschillende randvoorwaarden	
Resultaten	40
Bijlage B: data experimenten	41
Bijlage C: Onzekerheid in kalibratie	44

1 Inleiding

Piping is een belangrijk faalmechanisme, vooral voor rivierdijken op een zandige ondergrond. Bij piping leidt het waterstandsverschil over de dijk tot grondwaterstroming die zorgt voor het uitspoelen van zand, wat de stabiliteit van de dijk ondermijnt. Voor dit mechanisme worden aanzienlijke versterkingsopgaven berekend in veel projecten. Keringbeheerders ervaren deze uitkomsten soms als te conservatief. De vigerende rekenregel is gebaseerd op het model van Sellmeijer et al (2011). Recent is er een alternatief model geïntroduceerd in de vorm van het Shields-Darcy (SD) model (Hoffmans & van Rijn, 2018). Beide modellen voorspellen het kritieke verval, namelijk het waterstandsverschil over de kering waarbij piping optreedt. Ze zijn gebaseerd op dezelfde processen, namelijk een combinatie van (1) grondwaterstroming, (2) stroming in de pipe en (3) het evenwicht van zandkorrels op de bodem van de pipe. Dit evenwichtscriterium leidt tot een kritiek verval over de kering; een belangrijke ontwerpvariabele. De twee modellen kunnen in bepaalde (praktijk)situaties leiden tot significante verschillen in uitkomsten. Dit rapport gaat in op de verschillen tussen de modellen, en biedt handvatten om de pipingmodellering een stap verder te brengen.

Vraagstelling

Het ENW heeft de TU Delft gevraagd om enkele analyses uit te voeren met betrekking tot de verschillen tussen de twee modellen. Deze technisch-inhoudelijke analyse dient als bouwsteen voor een ENW advies over de toepasbaarheid van het SD-model. In het kader van voorliggend onderzoek van de TU Delft zijn de volgende vragen geformuleerd:

- 1. Wat zijn de conceptuele verschillen tussen het SD model en de vigerende rekenregel van Sellmeijer (2011)?
- 2. Hoe verschilt het berekende kritiek verval tussen het SD model en de rekenregel van Sellmeijer, voor een plausibele range aan parametercombinaties die in Nederland voorkomen?
- 3. Is het SD model een realistische weergave van de sterkte ten aanzien van piping, in vergelijking met de vigerende rekenregel van Sellmeijer? Belangrijk aspect hierbij is de onderbouwing van de vereenvoudiging van de grondwaterstroming in het SD model en opschaling naar grote kwelweglengtes en kD-waardes.

In aanvulling op deze inhoudelijke analyses zijn aanbevelingen gedaan voor het verbeteren van pipinganalyses op de (middel)lange termijn.

Aanpak

Om de toepasbaarheid van het SD model te beoordelen zijn verschillende sporen denkbaar:

- Theoretische overwegingen
- Vergelijking met experimenten
- Vergelijking met een nauwkeuriger model

De aanpak in dit rapport is een combinatie van bovenstaande, met de focus op de laatste twee sporen. Op basis daarvan worden aanbevelingen geformuleerd over vervolgonderzoek om tot een betere beoordeling van piping te komen.

Werkwijze

Dit rapport is opgesteld door Joost Pol (TU Delft), met bijdragen van Vera van Beek (Deltares), Juan Aguilar Lopez (TU Delft) en met review van Bas Jonkman (TU Delft), en in overleg met een klankbordgroep vanuit ENW-Techniek en ENW-Veiligheid (Peter van den Berg, Henk van Hemert, Matthijs Kok, Wim Kanning, Astrid Labrujere en Martin van der Meer). In de voorbereiding is er ook contact geweest met Gijs Hoffmans, de ontwikkelaar van het Shields Darcy model, om bepaalde zaken over dit model te verhelderen.

2 Conceptuele verschillen

2.1 Inleiding

Dit hoofdstuk geeft een synthese van de bestaande literatuur over het SD model in relatie tot het Sellmeijer model. De conceptuele verschillen tussen de twee modellen zijn in het kader van SBW uitgebreid besproken in Van Beek (2012) en Van Beek et al (2013). Later zijn deze gepubliceerd in Van Beek en Hoffmans (2017).

2.1.1 Faalpad piping en het Sellmeijer- en SD-model daarin

Op basis van observaties in het veld en laboratorium, zijn de stappen die leiden tot een pipingdoorbraak weer te geven zoals in Figuur 1. Door een hoge waterstand (1) stijgt de waterdruk in het zandpakket (2), waardoor de deklaag opbarst (3). Vervolgens wordt zand verticaal getransporteerd door het opbarstgat (heave, 4), en vormt een kleine holte die zich ontwikkelt tot een pipe naarmate meer zand wordt getransporteerd (5). Het Sellmeijer en SD-model beschrijven allebei het kritiek verval waarbij een stabiele pipe (5) overgaat in een instabiele pipe die door blijft groeien (6). Als de waterstand vervolgens constant blijft en geen effectieve noodmaatregelen worden getroffen, leidt dit na verloop van tijd tot verbreden en verdiepen van de pipe (7), het inzakken van het dijklichaam (8) en uiteindelijk een overstroming (10).



Figuur 1 Faalpad piping (uit Rosenbrand & Knoeff, 2020).

Figuur 2 illustreert de processen die een rol spelen bij pipegroei. De aandrijvende kracht is het waterstandsverschil tussen rivier en polder, minus de weerstand in de zandmeevoerende wel, wat zorgt voor grondwaterstroming door het zandpakket. De pipe wordt langer doordat korrels aan de kop worden losgemaakt door een hoge lokale poriesnelheid (3/4), en dieper doordat korrels op de bodem worden losgemaakt door een hoge stroomsnelheid (5/6).



Figuur 2 Processen die een rol spelen bij pipegroei (Robbins, 2016).

2.2 Globale vergelijking van beide modellen

Sellmeijer rekenregel

De rekenregel van Sellmeijer zoals gehanteerd binnen het WBI beschrijft het kritiek verval als het product van drie factoren waarin de relevante parameters gebundeld zijn:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta H_c}{L} &= F_r F_s F_g \\ F_r &= \eta \left(\frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}\right) gtan(\theta), \\ F_s &= \frac{d_{70}}{\sqrt[3]{\kappa L}} \left(\frac{d_{70m}}{d_{70}}\right)^{0.6}, \\ F_g &= 0.91 * \left(\frac{D}{L}\right)^{\left(\frac{D}{L}\right)^{2.8} + 0.04} \end{aligned}$$

Waarin: Δ Hc het kritiek verval [m], L de kwelweglengte [m], η =0.25 de constante van White [-], ρ_s en ρ_w de volumieke massa van respectievelijk zand en water [kg/m3], θ de rolweerstandhoek [37^o], d₇₀ de korreldiameter [m], d_{70m}=0.000208 m, κ de intrinsieke permeabiliteit [m2] en D de dikte van de watervoerende laag [m].

De rekenregel is gebaseerd op het wiskundige model van Sellmeijer (1988) die grondwaterstroming, pipestroming en korrelevenwicht combineert. Het oorspronkelijke model is later uitgebreid met meerdere wijzigingen (Figuur 4), waaronder:

- Toevoeging van de geometriefactor met D/L verhouding (Sellmeijer, Calle & Sip 1989). Deze factor is gebaseerd op een *fit van modelberekeningen* met het wiskundige model van Sellmeijer met een ondoorlatende deklaag (Figuur 3);
- 2. De exponent 0.6 op de d₇₀, gebaseerd op een *fit met laboratoriumproeven* omdat de oorspronkelijke regel een te hoge sterkte gaf voor grof zand (Sellmeijer et al, 2011).

De formule in Sellmeijer et al (2011) bevat extra termen voor verdichting (RD), uniformiteit (U) en hoekigheid (KAS) van de korrels, maar deze zijn uit beleidsmatige overwegingen niet opgenomen in de rekenregel voor WBI2017. Wanneer dit rapport refereert aan 'Sellmeijer', wordt hier de vigerende rekenregel bedoeld, tenzij expliciet anders aangegeven.



Figuur 3 Standaard dijkgeometrie van Sellmeijer rekenregel (Weijers & Sellmeijer, 1993).



Figuur 4 Relatie tussen Sellmeijer rekenregel in WBI2017 en andere versies van het Sellmeijer model.

Shields-Darcy model

In het Shields-Darcy model zoals beschreven in Hoffmans & van Rijn (2018), bestaat het kritieke verhang uit de som van twee componenten die het verhang in de pipe en in het zand bovenstrooms van de pipe (links in Figuur 5) beschrijven:

$$\frac{\Delta H_{c}}{L} = S_{\textit{pipe},c} + \left(1 - \frac{\ell_{c}}{L}\right) \left(S_{\textit{sand},c} - S_{\textit{pipe},c}\right)$$

waarin de pipegradient Spipe [-] een functie is van de korreldiameter:

$$S_{pipe,c} = \frac{\sqrt{g} \left(\Psi_{\ell am,c} (\rho_s / \rho_w - 1)d_{15}\right)^3}{\nu \sqrt{\alpha_{\rm R}}}$$

en de bovenstroomse gradient S_{sand} [-] een functie is van korreldiameter en transmissiviteit (KD):

$$S_{sand,c} - S_{pipe,c} = \frac{d_{50}v}{\ell_{R}kD}$$
$$\frac{\ell_{c}}{L} = \exp\left(-\left(\frac{\alpha_{f}D}{L}\right)^{2}S_{pipe,c}\right)$$

Waarin: Ic de kritiek pipelengte [m], $\Psi_{\ell_{am,c}}$ de kritieke Shields parameter [-], v de kinematische viscositeit [1.33*10⁻⁶ m²/s], k de doorlatendheid [m/s], en α R=6, α f=5, ℓ R=18e-6 m kalibratieparameters.

De pipegradient kan ook worden uitgedrukt in termen van de basisvariabelen:



Figuur 5 Schematisering verhanglijnen in het SD model.

Tabel 1 geeft een overzicht van de conceptuele verschillen tussen Sellmeijer en Shields-Darcy. De belangrijkste verschillen betreffen de grondwaterstroming, korrelevenwicht en de kalibratieset.

Uit de volgende paragrafen en hoofdstukken blijkt in welke mate deze verschillen van invloed zijn op de uitkomsten.

		Sellmeijer rekenregel	Shields-Darcy
Grondwater-		2D Laplace,	2D, horizontale stroming
stroming		geometriefactor gefit op	verdeeld in twee zones
		numeriek model MSEEP	
	randvoorwaarde	ondoorlatende	constant head bij
	polder	polderdeklaag	uitstroompunt
	randvoorwaarde	instroming door horizontaal	instroming door verticaal
	rivier	vlak	vlak
Pipestroming	regime	laminair	laminair
	vorm doorsnede	parallelle platen	cirkelvormig ¹
	diepteprofiel	varieert afh. van debiet	neemt lineair toe
Korreleven-		White met empirische	Shields general movement
wicht		correctie op d ₇₀	i.c.m. d ₁₅
	locatie	evenwicht op ieder punt in	evenwicht halverwege en
		de pipe	aan eind van de pipe
Kalibratie	parameters	η, θ, exponent d ₇₀	α_R, l_R, α_f
	kalibratieset	η, θ op enkele	op 59 kleine en medium
		Deltagootproeven (Silvis).	schaal proeven De Wit en
		exponent d ₇₀ op 38 kleine	SBW
		SBW hellingproeven	

Tabel 1 Conceptuele verschillen tussen Sellmeijer en SD-model

Hoewel er diverse verschillen in modelkeuzes zijn, bevatten beide modellen ook veel dezelfde vereenvoudigingen van het pipingprobleem.

• Ten eerste is het gemodelleerd als 2D proces, dat wil zeggen uniform in de lengterichting van de dijk. Het is bekend dat 3D (zijwaartse) grondwaterstroming een

 $^{^1}$ Overigens doet dit er niet toe in het SD-model omdat de vorm via de hydraulische straal in kalibratieparameter α_R zit.

belangrijke rol kan spelen (Vandenboer et al 2018), en met name optreedt als er sprake is van een geconcentreerde uitstroom zoals een opbarstpunt. Dit komt in de praktijk vaak voor.

- Daarnaast gaan beide modellen uit van horizontale, homogene zandpakketten. Variatie in de dikte van de afdekkende kleilaag en meanderen door heterogeniteit kunnen niet worden meegenomen.
- Ten derde zijn de grondwaterstroming en pipestroming in beide modellen laminair, en beide modellen zijn gekalibreerd op proeven waarin de stroming laminair is. De stroming zou turbulent kunnen worden bij grote korreldiameters, zoals (fijn) grind.

Door de opzet van het SD model is daarin beter te bepalen welke gradiënten bijvoorbeeld in de tussenstappen berekend worden. In de Sellmeijer rekenregel geven de factoren geen fysische grootheden weer, maar zijn gefitte clusters van parameters. Dat maakt het lastiger om (tussen)resultaten van de rekenregel te duiden.

2.3 Criterium voor korrelevenwicht

Er zijn meerdere verschillen tussen beide modellen m.b.t. het korrelevenwicht:

- (1) benadering van White vs. Shields;
- (2) keuze representatieve korreldiameter & effect van gradering.

Korrelevenwicht: White vs. Shields

Sellmeijer (1988) is gebaseerd op korrelevenwicht volgens White en SD op een variant op het breder geaccepteerde Shields diagram. Het verschil is dat White een lineair verband met de korreldiameter oplevert, en Shields een niet-lineair verband. Voor d_{50} groter dan ca. 0.2 mm resulteert White in een te hoge kritieke schuifspanning in vergelijking met experimenten. Met de herkalibratie van de rekenregel in Sellmeijer (2011) is voor deze overschatting gecorrigeerd, waardoor de rekenregel beter aansluit bij Shields. Later heeft Van Beek (2015) θ afhankelijk gemaakt van de korreldiameter zodat deze de trend in Figuur 6 volgt, de Calibrated White approach. Hiermee kan de huidige vorm van de Sellmeijer rekenregel gehanteerd worden met een betere fysische basis dan de exponent 0.6 op de d_{70} .

Hoewel het Shields diagram breed wordt geaccepteerd, zijn voor laminaire stroming zoals in pipes nog verschillende keuzes te maken. Het SD model gebruikt de groene lijn in Figuur 6a. Volgens Hoffmans & van Rijn (2018) geeft deze lijn weer wanneer het zand 'en masse' in beweging is (general movement). Recente pipingproeven waarbij de kritieke schuifspanning is bepaald (Robbins et al, 2018a; Pol et al, in prep, Figuur 6b) geven ca. 20% lagere waarden dan waar het SD model mee rekent, en komen beter overeen met criteria van Cheng (2004), Van Beek (2015) en de 'Shields mean value' lijn uit Hoffmans & van Rijn (2018). Het criterium in het SD model lijkt dus eerder een bovengrens dan een best estimate, maar het geeft de trend met de korreldiameter goed weer.



Figuur 6 Begin van bewegen in laminaire stroming in het Shields diagram. Figuur links uit Hoffmans & Van Rijn (2018). Figuur rechts inclusief recente pipingproeven.

Representatieve korrel: d₁₅/d₅₀/d₇₀

De keuze voor een representatieve korreldiameter is vooral relevant voor minder uniform zand. Sellmeijer (2011) neemt de d₇₀ als representatieve korrel². Het 70^e percentiel is destijds pragmatisch gekozen omdat dit de beste overeenkomst met de proeven van White m.b.t. korrelevenwicht gaf (Sellmeijer, 1988). Het SD model bevat zowel d₁₅ als d₅₀. De d₅₀ bepaalt de kritieke Shieldsparameter ($\Psi_{cam,c}$), die wordt vermenigvuldigd met d₁₅ om de kritieke schuifspanning te berekenen. In de literatuur is het gebruikelijk om hiervoor beide d₅₀ te gebruiken. Deze afwijkende keuze in het SD model is "gebaseerd op onderzoek van Grass, die stelt dat de fijnere korrels eerder in beweging komen voor zand met d90/d₁₀ < 4" (Hoffmans et al, 2020).

Vanuit theoretisch oogpunt is het effect lastig te onderbouwen: het is mogelijk dat sterker gegradeerd zand een lagere sterkte heeft omdat de grootste korrels meer uitsteken en daardoor meer belast worden; anderzijds liggen de kleinere korrels meer in de luwte (Einstein, 1950, in Delorme et al, 2017).

Voor zover bekend, zijn er geen experimenten die onderbouwen welke van deze methodes de kritieke schuifspanning beter benadert. Daarvoor zou de kritieke schuifspanning in laminaire stroming bepaald moeten worden voor zand met verschillende uniformiteit. Nagenoeg alle proeven in laminaire stroming (zie Figuur 6) hebben echter zeer uniform sediment ($U=d_{60}/d_{10} < 1.8$). Voor turbulente stroming blijkt d_{50} representatiever dan d_{15} (Van Rijn, 2007).

Hoffmans & van Rijn (2018) geven zelf ook aan dat de aanpak o.b.v. Grass mogelijk niet realistisch is voor laminaire stroming, maar gebruiken deze toch omdat in zandmeevoerende wellen de fijnere fractie uitspoelt (Van Beek et al., 2013). Dit argument is echter niet overtuigend. Het gaat erom welke korrels er voor zorgen dat de pipe niet dieper wordt. Uitspoelend fijn zand betekent dat het grovere materiaal in de pipe is achtergebleven. Juist dit grovere materiaal bepaalt dus waarschijnlijk de kritieke schuifspanning in de pipe.

Het gebruik van zowel d_{15} als d_{50} in het SD model introduceert een effect van gradering: hoe sterker gegradeerd zand, hoe lager de kritieke schuifspanning. Hoewel dit niet direct is gemeten, zijn er wel pipingproeven op gegradeerd materiaal³ waarbij het kritiek verval is

² Het effect van U was voor het Sellmeijer (2011) model oorspronkelijk ook afgeleid in de multivariate analyse, maar wel voor vrij uniform materiaal. Daarnaast is dit effect bepaald op het kritiek verval, niet op de kritieke schuifspanning.

³ Het gaat om getijdenzanden (Marc Hijma) en proeven op fijn zand (Allan (2018), zie ook Deltares memo 11202002-002-GEO-0005).

gemeten. Hieruit blijkt dat hoe sterker gegradeerd zand, hoe meer Sellmeijer (2011) de sterkte onderschat. Dit lijkt juist te wijzen op een omgekeerd verband (gradering zorgt voor extra sterkte), al is niet uit te sluiten dat hier nog een effect van de doorlatendheid in meespeelt.

Het gebruik van zowel d_{15} als d_{50} zorgt er overigens voor dat het SD model de relatief hoge Shields parameter (zie boven) compenseert met een lage korreldiameter d_{15} . In geval van zand met de gemiddelde uniformiteit in de labproeven (U \approx 1.8), leidt dit tot een kritieke schuifspanning die goed overeenkomt met de metingen⁴ (Figuur 7), maar bij sterker gegradeerd zand leidt dit tot een fors lagere sterkte. Grindhoudend zand in Limburg heeft bijvoorbeeld een uniformiteitscoëfficiënt van orde U=5 (Van Beek, 2019) en is dus sterker gegradeerd dan het materiaal in de proeven. Gezien het kennishiaat over de sterkte van gegradeerd zand wordt aanbevolen om hier aanvullend experimenteel onderzoek naar te doen.



Figuur 7 Kritieke schuifspanning volgens Sellmeijer (incl. kalibratie exponent d₇₀, zonder exponent voor U), Shields-Darcy en calibrated White (Van Beek, 2015). N.B. 'Calibrated White' komt goed overeen met de metingen in laminaire stroming en uniform zand (Figuur 6).

2.4 Kalibratie

Er is een flink verschil in schaal waarop de Sellmeijer rekenregel en het SD-model zijn gekalibreerd, en de praktijkschaal (zie ook paragraaf 3.4). Deze paragraaf gaat daarom verder in op de kalibratie, de onzekerheden daarin, en hoe die doorwerken in praktijkcondities.

In de Sellmeijer rekenregel zijn twee parameters gefit op proeven: de combinatie van White parameter η en rolweerstandshoek θ , en de exponent van de d₇₀ term⁵. Daarnaast is de geometrie factor Fg afgeleid uit een curvefit van modelberekeningen.

⁴ calibrated White is gefit op metingen van kritieke schuifspanning

⁵ De exponent op de d70 is tegelijk met die van U, RD, KAS en k bepaald, maar alleen die van d70 is in de rekenregel opgenomen. Als alleen op d70 was gekalibreerd, had dit mogelijk tot andere exponenten geleid.

Het Shields-Darcy model bevat drie kalibratieparameters: $\alpha_R = 6$ is een Reynolds coëfficiënt m.b.t. pipestroming, $l_R = 18 \cdot 10^{-6}$ m is een lengteschaal , $\alpha_f = 5$ is een coëfficiënt in de berekening van l_c/L. Deze drie parameters zijn tegelijk gekalibreerd op het kritiek verval in de kalibratieset. Daarnaast is α_R geverifieerd voor één proef op Enschede zand (d₅₀=0.38, d₁₅=0.22), waarin $\alpha_R = 4.6$ is gevonden. Uit dezelfde proef volgt overigens $l_R = 17 \cdot 10^{-6}$. Het is niet experimenteel geverifieerd of deze twee parameters een functie zijn van de korreldiameter en schaal.

Het is overigens opvallend dat het kritieke Reynolds getal **R**c, halverwege de pipe, in de Shields term via α_R als constante wordt aangenomen in het SD-model, terwijl het in de afleiding van de Darcy term (Eq. 22 in Hoffmans & van Rijn, 2018) evenredig met d₅₀ wordt. Dit volgt uit de aannames in het SD-model (Eq. 27 in Van Beek & Hoffmans, 2017), maar zou experimenteel geverifieerd moeten worden. Als α_R ook evenredig zou zijn met d₅₀, schaalt de pipegradient met $S_{pipe,c} \propto \sqrt{d}$ in plaats van met d.

2.4.1 Kalibratiedataset

De rolweerstandshoek θ in het Sellmeijer model is gekalibreerd op enkele proeven van Silvis (1991), hoewel dit in feite afhankelijk is van de korreldiameter (Van Beek, 2015). De exponent 0.6 voor de d₇₀ in het Sellmeijer model is gekalibreerd op 38 kleine schaal SBW proeven met een helling-configuratie (Van Beek et al, 2011). Medium-schaal en ijkdijk proeven zijn gebruikt als validatie. Het SD model is gekalibreerd op de helft (N=59) van een grotere proevenset met area-type proeven van De Wit (1984) en SBW proeven met helling-configuratie (Van Beek et al, 2011). De andere helft is gebruikt voor validatie. De proeven van De Wit (1984) met sloot-configuratie zijn niet gebruikt.

Een belangrijk aandachtspunt is dat beide modellen zijn gekalibreerd op proeven waarin geen pipe-evenwicht ontstaat (initiatie-gedomineerde proeven). Na het loskomen van de eerste korrels (initiatie) moet de pipe verder blijven groeien (progressie). In sommige gevallen ontstaat na initiatie geen evenwicht meer; dan wordt het kritiek verval bepaald door het loskomen van de eerste korrels (Figuur 8). Als er wel evenwicht ontstaat, moet het verval steeds verder worden verhoogd tot het kritieke verval bereikt wordt (Figuur 8). Hierbij speelt erosieweerstand in de pipe een belangrijke rol. Zowel Sellmeijer als Shields-Darcy gaan uit van dit laatste proces. Omdat alle proeven in de kalibratieset initiatie-gedomineerd zijn, zit hier een mismatch tussen model en proeven. Het resultaat van de kalibratie is toch opgenomen in de rekenregel omdat dit goed aansloot op de IJkdijk proeven, waarin wel evenwicht is gevonden. De mismatch lijkt ook niet eenvoudig te verhelpen, omdat in veel progressie-gedomineerde proeven (met uitstroom door een gat) ook sprake is van 3D grondwaterstroming, wat weer niet in de modellen zit.





2.4.2 Onzekerheid in kalibratiedataset

Om in te schatten hoe groot de onzekerheid in de kalibratie is, en hoe dit uitpakt op grotere schaal, is voor beide modellen gekeken naar de combinaties van kalibratieparameters die een goede fit op de kalibratieset geven. Als maat voor de fout is de *mean absolute percentage error* genomen:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{H_{calc.i} - H_{exp,i}}{H_{exp,i}} \right|$$

De experimentele data bestaat uit proeven van De Wit (1984) en Van Beek et al (2011). De data is gebaseerd op Tabel R1 in Hoffmans & van Rijn (2018), waabij enkele correcties zijn doorgevoerd op de korreldiameter (zie bijlage B).

Bij het SD-model is er een range aan combinaties van de 3 kalibratieparameters die alle tot een goede fit leiden; een alternatieve fit is bijvoorbeeld mogelijk met $\alpha R=11$, $\alpha f=3$ en $\ell R=5e-6$ (zie Figuur 9). Deze alternatieve set leidt in praktijkcondities (L>10m) tot een 25% lager kritiek verval dan in het huidige SD-model, nagenoeg onafhankelijk van de d₅₀.

N.B. een andere maat voor de fout, zoals gehanteerd in Hoffmans & van Rijn (2018), geeft iets andere uitkomsten (zie Bijlage B), maar ook dan is er een range aan parametercombinaties die een goede fit geven.



Figuur 9 Kalibratie SD-model. De verschillende ellipsen zijn verschillende waarden van ℓR van 1e-6 tot 50e-6 m. Hoffmans & van Rijn (2018) gebruiken αR =6, αf =5 en ℓR =18e-6 m.

Net als voor het SD-model, is voor de Sellmeijer rekenregel (dus zonder de factoren voor U, RD en KAS) onderzocht hoe gevoelig de kalibratieuitkomsten zijn. Zowel met de kleine SBW proevenset (waar op gekalibreerd is) als met de hele kalibratieset in Hoffmans & van Rijn (2018), zie Tabel 2. Overigens zijn η en θ in de kalibratie uitwisselbaar; hier is gekozen voor η =0.25 en een variabele θ . Met de 38 kleine schaal SBW proeven waar Sellmeijer op gekalibreerd is leidt dit tot θ =32 en exp_d₇₀=0.68. Deze exponent komt relatief goed overeen met de 0.6 in de rekenregel, maar θ (of η) valt lager uit. Met de hele kalibratieset (dus ook medium schaal en proeven van De Wit), komt θ met 36.7 dicht bij de 37 uit de rekenregel, maar de exponent op de d₇₀ daalt naar 0.33. In dat geval wordt het kritiek verval 15% lager bij d₅₀=0.1 mm tot 30% hoger bij d₅₀=0.5 mm.



Figuur 10 Kalibratie Sellmeijer rekenregel o.b.v. 38 kleine SBW proeven (links) en hele kalibratieset uit Hoffmans & van Rijn (rechts). Voor η =0.25.

	gebruikte proeven	a-priori	uitkomst o.b.v.	3
		keuze	minimaliseren ε	
SD model	hele kalibratieset (SBW en de Wit)		αR=11, αf=3 en	0.19
	uit Hoffmans & van Rijn (2018)		{R=5e-6	
Sellmeijer	38 kleine schaal SBW proeven uit	η=0.25,	θ=32,	0.16
rekenregel	Sellmeijer et al (2011)	θ=32	exp_d ₇₀ =0.68	
	hele kalibratieset (SBW en de Wit)	η=0.25	θ =36.7,	0.21
	uit Hoffmans & van Rijn (2018)		exp_d ₇₀ =0.33	

Tabel 2 Gevoeligheid van de kalibratie van het SD-model en de Sellmeijer rekenregel

Het kritiek verval in beide modellen kan bij een alternatieve kalibratie dus tot ca. 25% veranderen. Een belangrijk verschil hierbij is dat deze verandering in de Sellmeijer rekenregel alleen een functie van d_{50} is, en bij het SD-model ook een functie van schaal. Het feit dat de kalibratie ook sterk afhangt van het gebruik van alleen kleine of ook medium schaal proeven, geeft in ieder geval aan dat de modellen de processen niet op alle schalen goed weergeven. Daarom heeft het ook niet de voorkeur om bijvoorbeeld het Sellmeijer model opnieuw te kalibreren op meer proeven, zolang dit alleen initiatie-gedomineerde proeven zijn. Anderzijds is 25% beperkt in vergelijking met de verschillen tussen de twee modellen voor praktijkcondities, zie hoofdstuk 3.

2.4.3 Uitschieters in experimenten

Om meer inzicht te krijgen in welke gevallen de modellen afwijken van de experimenten, is onderzocht aan de hand van beschikbare proeven (kleine- en mediumschaal SBW proeven en SBW IJkdijkproeven, en proeven van De Wit) of er een patroon is in de gevallen waarin de modelfout groot is.

Een algemeen resultaat is dat beide modellen gemiddeld een vergelijkbare fout tussen model en experiment hebben. Tabel 3 geeft de gemiddelde afwijking en standaarddeviatie voor de regel van Sellmeijer en het SD model voor de datasets van SBW en De Wit. De sterkte in de SBW proeven wordt door Sellmeijer iets overschat, en door het SD-model iets onderschat. Bij de proeven van De Wit geldt het omgekeerde.

Trends in afwijkingen tussen de experimenten en het SD-model:

• Er is een relatief grote overschatting van de sterkte van Strandzand in de medium schaal proeven van de Wit (D=1.5, L=2.4-4.5, ε=0.61). Opvallend is dat de afwijking

op kleinere schaal wel weer meevalt. Strandzand is zeer uniform en heeft een d_{50} van 0.19 mm.

• Er is een toenemende overschatting van de sterkte met de korreldiameter in de kleine schaal SBW proeven. Dit is niet het geval bij de grotere proeven zoals die van De Wit. Dit kan verklaard worden met Figuur 19, omdat de kleine SBW proeven een negatieve trend laten zien tussen kritiek verval en korreldiameter en de proeven van de Wit een positieve trend.

Trends in afwijkingen tussen de experimenten en het Sellmeijer-model:

• Er is een toenemende onderschatting van de sterkte met de korreldiameter of doorlatendheid in de proeven van De Wit. Dit kan verklaard worden met Figuur 19, omdat Sellmeijer gefit is op de kleine SBW proeven.

Er zijn ook een aantal proeven die als experimentele outliers gezien kunnen worden, en in beide modellen een extra fout opleveren.

Tabel 3 Gemiddelde en standaarddeviatie van modelfout in het SD-model en de Sellmeijer rekenregel

		Proeven SBW		Proeven De W	ït
		Sellmeijer	SD	Sellmeijer	SD
relatieve fout	gemiddelde	0.20	-0.06	-0.21	0.13
	standaard	0.37	0.45	0.26	0.36
deviatie					
mean absolute percentage error (ε)		0.29	0.34	0.27	0.28

3 Verschilanalyse kritiek verval

3.1 Inleiding

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen in kritiek verval tussen het SD model en de rekenregel van Sellmeijer, voor een brede range aan parametercombinaties variërend van labcondities tot praktijkcondities. Zo is te achterhalen in welke situaties grote verschillen optreden. Het is al bekend dat grote verschillen in ieder geval optreden bij opschaling naar grotere kwelweglengte en/of dikte van het zandpakket (Van Beek & Hoffmans, 2017; Hoffmans, 2020), zie ook Figuur 11. In dit rapport zijn verschillen verder in kaart gebracht door ook de invloed van korreldiameter en gradering te beschouwen, en schaaleffecten⁶ uit te splitsen naar lengte (L) en dikte van het zandpakket (D).



Figuur 11 Verschillen tussen Sellmeijer en Shields-Darcy (Hoffmans, 2020)

3.2 Methode

Het kritiek verval volgens zowel Sellmeijer⁷ als Shields-Darcy is berekend voor een range aan parametercombinaties variërend van labcondities tot praktijkcondities. De volgende parameters zijn gevarieerd:

- Dikte watervoerend pakket (D), tussen 0,1 en 100 m;
- D/L verhouding, tussen 1/10 en 5;
- Mediane korreldiameter (d₅₀), tussen 0,1 en 0,5 mm;
- Uniformiteit korrelverdeling (U), tussen 1,4 en 3.

Indirect variëren dus ook de kwelweglengte (L), en korreldiameters d_{15} en d_{70} (Tabel 4). Parameters die in de praktijk nauwelijks variëren zijn constant gehouden (korreldichtheid = 2650 kg/m³, kinematische viscositeit = 1,33 10⁻⁶ m²/s).

Tabel 4 korrelverdeling als functie van uniformiteit voor $d_{50} = 0.100$ mm.

	d ₁₀	d ₁₅	d ₅₀	d ₆₀	d ₇₀
U=1.4	0.075	0.080	0.100	0.105	0.110
U=2	0.055	0.063	0.100	0.109	0.119

⁶ Schaaleffecten: zijn aanwezig als het kritieke verhang (Hc/L) afhankelijk is van L en/of D.

⁷ Versie van Sellmeijer rekenregel cf. Schematiseringshandleiding WBI, dus zonder factor voor uniformiteit. De correctiefactor $(U/Um)^{0.13}$ zou variëren tussen 0.967 voor U=1.4 en 1.068 voor U=3, dus dat effect is beperkt.

U=3	0.037	0.049	0.100	0.112	0.126
U=5	0.023	0.038	0.100	0.115	0.131

Om onrealistische combinaties van korreldiameter en doorlatendheid te voorkomen, is de doorlatendheid van het watervoerend pakket gekoppeld aan de korreldiameter; deze is geschat met de formule van Den Rooijen (1992), en is dus via d₁₀ gerelateerd aan d₅₀ en U. Dergelijke relaties gelden niet voor inhomogene zandlagen, maar daar zijn beide pipingmodellen ook niet voor geschikt.

3.3 Verschil in kritiek verval

Figuur 12 en Figuur 13 geven een overzicht van het verschil in uitkomsten tussen het SDmodel en het Sellmeijer model. De contouren tonen de ratio tussen het kritiek verval volgens het SD-model en dat volgens de Sellmeijer rekenregel.

Het eerste wat opvalt is dat de verschillen in sommige gevallen extreem groot zijn; het kritiek verval in het SD-model is tot een factor 15 hoger dan Sellmeijer (zie Figuur 13 rechts) en voorspelt dan dus extra sterkte. De verschillen nemen over het algemeen toe met dikkere watervoerende lagen, grover zand en uniformer zand. Het SD model kan ook een lager kritiek verval geven (factor<1), maar dit is alleen het geval bij zeer fijn zand.



Figuur 12 Ratio tussen uitkomsten van de twee modellen als functie van korrelverdeling (d_{50} en U), voor labschaal D=0.10 m (links) en veldschaal D=10 m (rechts).



Figuur 13 Ratio tussen uitkomsten van de twee modellen als functie van de lengte en dikte van het zandpakket, voor verschillende korreldiameters; d_{50} =0.180 mm (links) en d_{50} =0.500 mm (rechts), beide bij U=1.4.

					Kritiek verval [m]		
	d ₅₀ [mm]	U [-]	L [m]	D [m]	Sellmeijer	SD	SD/Sell
Waal 1	0.200	1.4	100	25	5.17	18.01	3.5
Waal 2	0.200	1.4	250	25	11.8	44.9	3.8
Maasvallei noord	0.300	1.4	50	25	2.54	13.52	5.3
Maasvallei midden	0.500	3	25	25	1.99	5.52	2.8

Tabel 5 Verschillen tussen de modellen voor enkele voorbeeiden

In Figuur 11, die geldt voor fijn uniform zand, geven het Sellmeijer en Shields-Darcy model vergelijkbare resultaten voor de schaal van 'gootproeven' en 'grootschalige proeven', maar ontstaan grote verschillen voor 'prototype condities'. Figuur 14 toont dezelfde relatie voor zowel fijn als matig grof zand (0.400 mm), en dan ontstaat voor matig grof zand ook op de schaal van labproeven (linkerzijde) een verschil.



Figuur 14 Verschillen tussen Sellmeijer en Shields-Darcy voor fijn en grof zand.

3.4 Schaaleffecten

3.4.1 Effect van dikte watervoerend pakket (met L constant)

Men mag verwachten dat het kritiek verval bij toenemende dikte van het zandpakket D op een bepaald punt niet meer afneemt omdat de diepere delen van het zandpakket niet bijdragen aan de stroming door de pipe. Waar dat punt ligt, zal afhangen van de geohydrologische situatie in het achterland (bijv. de leklengte). Figuur 11, die zo'n ondergrens aan het kritiek verhang wel voor het SD model laat zien, maar niet voor het Sellmeijer model, geldt voor een vaste D/L verhouding, zodat niet alleen D een variabele is maar ook L.

Figuur 15 laat deze trend voor beide modellen zien gegeven een kwelweglengte van 0.3 tot 100 m (voor fijn uniform zand: d_{50} =0.180 mm, U=1.4). Het Sellmeijer model heeft op alle schalen een vergelijkbare trend, met het minimum rond een D/L verhouding van 1. Dat Sellmeijer in Figuur 11 blijft dalen bij toenemende kD waarde, komt dus niet door de D maar doordat de L toe blijft nemen. Het SD model laat op verschillende schalen verschillende trends zien. Voor een grote waarden van L (L>10), is het kritiek verval vrijwel onafhankelijk van D. Op kleinere schalen geeft het model een opmerkelijke trend: in eerste instantie

neemt Hc iets toe met D, en later neemt het weer af. De toename van Hc met D is opmerkelijk omdat een grotere D tot een lager weerstand en dus een groter pipedebiet leidt.

Beide modellen convergeren dus met toenemende diepte, maar het SD-model veel sneller dan de Sellmeijer regel. Dit verschil hangt samen met de schematisering van de grondwaterstroming, zie paragraaf 4.4.



Figuur 15 Effect van dikte watervoerend pakket (D). Let op dat hier onrealistische combinaties van D en L tussen zitten; het relevante gebied in de grafiek is daarom per schaalniveau aangegeven in blauw/rood/zwart.

3.4.2 Effect van kwelweglengte (met D constant)

Het effect van toenemende kwelweglengte (met constante zandpakketdikte) is ook relevant voor het effect van versterkingen d.m.v. kwelwegverlenging. Figuur 16 laat deze trend voor beide modellen zien voor een zandpakketdikte van 1, 10 en 50 m (voor fijn uniform zand: d₅₀=0.180 mm, U=1.4). Het SD model bevat geen schaaleffecten op praktijkschaal; een kwelweqverlenging werkt dan lineair door op het kritiek verval. Het Sellmeijer model bevat echter een blijvend dalende trend, waardoor kwelwegverlenging minder sterk doorwerkt op het kritiek verval. De meeste experimenten en veldobservaties suggereren wel een afname van kritieke gradiënt met schaal (Figuur 17), en ondersteunen dus een schaaleffect zoals in Sellmeijer, al moet men daar voorzichtig mee zijn omdat allerlei andere factoren hierin niet constant zijn. De schaaleffecten worden overigens ook gevonden met de pipingmodellen MSeep en D-GeoFlow (zie ook paragraaf 4.4)⁸.

⁸ N.B. deze modellen zijn gebaseerd op Sellmeijer (1988) en hebben dus dezelfde principes als de rekenregel, maar de schaling met $\sqrt[3]{kL}$ en invloed van D/L (geometriefactor) wordt in die modellen niet opgelegd.



Figuur 16 Effect van kwelweglengte (L), voor fijn uniform zand met d50=0.180 mm en U=1.4



Figuur 17 Schaaleffecten in experimenten en veldobservaties (Van Beek & Hoffmans, 2017): afname van kritieke verhang Hc/L als functie van kwelweglengte L.

3.5 Effect van korrelgrootte (d₅₀)

Het effect van de korrelgrootte werkt via de doorlatendheid (negatief) en de kritieke schuifspanning (positief) door op het kritieke verval. Het gecombineerde effect van deze tegengestelde invloeden geeft in het SD model een positief verband tussen Hc en d_{50} , en in het Sellmeijer model een negatief verband (Figuur 18).

Als k \propto d² (Kozeny/Den Rooijen), dan is de schaalterm in Sellmeijer F_s \propto d^{-2/3}, de weerstandsterm F_R \propto d^{0.4} en het kritiek verval H_c \propto d^{-0.27}. In het SD model is de pipeterm dominant voor praktijkcondities; deze schaalt als S_{pipe} \propto d. Dit verklaart waarom de verschillen tussen de modellen toenemen met korreldiameter. Welke trend realistisch is, kan blijken uit proeven.



Figuur 18 effect van d50 op Hc, volgens Sellmeijer en SD-model

De invloed van d_{50} in de labproeven is niet eenduidig. Hierin speelt het verschil tussen initiatie-gedomineerde en progressie-gedomineerde proeven een rol (Figuur 8).

- De initiatie-gedomineerde proeven, waar de modellen op gekalibreerd zijn (zie ook paragraaf 2.4), geven een negatief verband op kleine schaal en een positief verband op grotere schaal (Figuur 19, links). De Sellmeijer regel is alleen gekalibreerd op de kleine proeven, het SD model op kleine en middelgrote.
 N.B. wanneer Sellmeijer wordt gekalibreerd op zowel kleine als middelgrote proeven, wordt de d₇₀ exponent gelijk aan 0.33 (zie paragraaf 2.4.2) en wordt het kritiek verval onafhankelijk van de korreldiameter.
- In progressie-gedomineerde proeven, die beter passen bij praktijkcondities, is de relatie minder duidelijk door de kleinere proevenset. Bij kleine schaal proeven is er nog wel een positief verband, bij middelgrote schaal geen verband, en bij grote schaal (IJkdijk) een licht negatief verband (Figuur 19, rechts).

Het is aan te bevelen om te zoeken naar een fysische onderbouwing van het effect van korreldiameter, bijvoorbeeld op basis van de Calibrated White resultaten (Van Beek, 2015), en te onderzoeken of dat effect past bij trends in progressie-gedomineerde proeven. Daarmee wordt wellicht duidelijker of de relatie met d_{50} in praktijksituaties met een opbarstgat positief of negatief is.



Figuur 19 effect van d50 op Hc in experimenten (Van Beek, 2015)

4 Modelberekeningen met D-GeoFlow

4.1 Inleiding

In dit hoofdstuk dient het model D-GeoFlow als referentiemodel om zowel het SD model als Sellmeijer mee te vergelijken, omdat D-GeoFlow de grondwaterstroming en pipestroming nauwkeurig beschrijft in 2D (Laplace en Poiseuille vergelijkingen). Daardoor geeft deze analyse inzicht in de juistheid van de vereenvoudigde grondwaterstroming in het SD-model, en in de schaaleffecten in de Sellmeijer regel en het SD model. Ook kan uit het D-GeoFlow model het verhang in de pipe en in het zand worden gehaald, zodat deze uitkomsten direct vergeleken kunnen worden met de waarden uit het SD model.

4.2 Methode

Om de verschillen in uitkomsten beter te duiden, is het kritieke verval berekend met de drie modellen Sellmeijer 2011, SD en D-GeoFlow, voor een beperkt aantal situaties uit hoofdstuk 3. Hiervoor zijn enkele hoekpunten uit de parametercombinaties gekozen, die het verschil tussen fijn en grof zand weergeven, het verschil tussen labschaal en veldschaal, en de invloed van de D/L verhouding (zie Tabel 9 in de bijlage A voor een volledig overzicht).

Daarnaast zijn enkele variaties in randvoorwaarden aan de rivier- en polderzijde gemaakt. Aan de rivierzijde betreft dat een horizontale of verticale oriëntatie van het instroomoppervlak. Aan de polderzijde zijn een gesloten rand en een constante stijghoogte toegepast, beide ter plaatse van het uitstroompunt en op enige afstand daarvan (5x D).

In alle gevallen is de uniformiteitscoëfficiënt gelijk aan 2 (uniform) en de doorlatendheid gekoppeld aan d₁₀ volgens Den Rooijen (zie paragraaf 3.2). Uitgangspunten voor het D-GeoFlow model zijn ook opgenomen in Bijlage A.

4.3 Invloed van randvoorwaarden

Aangezien de Sellmeijer rekenregel en het SD-model verschillende randvoorwaarden hanteren voor de grondwaterstroming (zie schets in Figuur 20), is de invloed hiervan onderzocht voor berekening V1F (L=30, D=10, d_{50} =0.180 mm, U=2). Voor die situatie is Hc volgens Sellmeijer 2.90 m en volgens het SD-model 3.50 m. Tabel 6 vat de belangrijkste resultaten samen. Zie Bijlage A voor figuren van de verschillende randvoorwaarden.



Figuur 20 Schets van de grondwaterstroming in het model van Sellmeijer en het SD-model.

De opgelegde randvoorwaarde aan de polderzijde heeft een grote invloed op het kritiek verval in D-GeoFlow. Welke polderrandvoorwaarde realistisch is, hangt af van de mate van lek richting de polder, wat onder andere afhangt van de verhouding tussen de diktes en de doorlatendheden van de polderdeklaag en de watervoerende laag. De juiste keuze is dus locatiespecifiek.

Sellmeijer gaat uit van een ondoorlatende deklaag, waarbij al het water door het uitstroompunt stroomt. Daarbij geeft een open of gesloten rand op grote afstand van het uitroompunt een vergelijkbaar resultaat (V1F_PH5d en V1F_PQ5d).

Het andere uiterste is een situatie zonder deklaag, waarbij de stijghoogte op maaiveld overal gelijk is. Dit laatste is onderzocht in berekening V1F PHc en V1F PHc2 (Tabel 6), waaruit blijkt dat dit slechts een geringe verhoging van het kritiek verval geeft t.o.v. een ondoorlatende deklaag. De verdeling van debieten is gegeven in Tabel 7. In berekening V1F_PHc2 stroomt bijvoorbeeld minder dan de helft van het water naar het achterland door de volledig doorlatende polderdeklaag. Het beperkte debiet naar het achterland komt deels door het feit dat het model 2-dimensionaal is. In een 3D situatie met zijwaartse toestroming naar een enkele pipe (zie Vandenboer et al. 2018; Barendsen, 2020) kan er relatief meer water naar het achterland afstromen. Anderzijds leidt de zijwaartse toestroming tot een hoger debiet, dus het is niet op voorhand zeker of een 3D analyse gunstigere uitkomsten zou geven.

Daarnaast is er een stiighoogteverschil tussen het uitstroompunt en de onderkant van de zandlaag, wat leidt tot een opwaartse stroming rond het uitstroompunt (Figuur 21 en Figuur 22). In het geval van een ondoorlatende deklaag is deze concentratie van stroming nog sterker (zie Bijlage A).

Anders dan bovenstaande twee uitersten, bevat het SD model de randvoorwaarde dat de stijghoogte ter plaatse van het uitstroompunt gelijk is in zone A en B. Deze keuze is in D-GeoFlow geïmiteerd met een constante stijghoogte ter plaatse van het uitstroompunt (V1F PHe). Deze berekening geeft een veel hoger kritiek verval, omdat nagenoeg al het water afstroomt naar de rand. Het modelleren van een gelijke stijghoogte in zone A en B doet geen recht aan de deels opwaartse grondwaterstroming aan de polderzijde.

Instroom aan de rivierzijde door een horizontaal vlak (dus verticale instroming, gelijk aan modelkeuze Sellmeijer) geeft in dit geval een 15% hoger verval dan bij een verticaal vlak (modelkeuze SD). Dit is te verklaren door de extra afstand die het water aflegt. Wat in de praktijk een realistischere keuze is, hangt er vanaf hoe diep de rivier insnijdt in het zandpakket.

berekening	randvoorwaarden polder	randvoorwaarde	kritiek	kritieke
		rivier	verval DGF [m]	pipelengte DGF [m]
V1F_PH5d	ondoorlatende deklaag, constante stijghoogte op afstand 5D van uitstroompunt	Verticaal	2.68	7.75
V1F_PQ5d	ondoorlatende deklaag, gesloten rand op afstand 5D van uitstroompunt	Verticaal	2.65	8.25
V1F_PHe ^[9]	geen achterland, constante stijghoogte ter plaatse van uitstroompunt	Verticaal	4.76	0.25
V1F_PHc	volledig doorlatende deklaag, constante stijghoogte op maaiveld en op rand 5D van uitstroompunt	Verticaal	2.83	5.5
V1F_PHc2	volledig doorlatende deklaag, constante stijghoogte op maaiveld en op rand 5D van uitstroompunt	Horizontaal	3.16	6
V1F_Rh3d [10]	ondoorlatende deklaag, constante stijghoogte op 5D van uitstroompunt	Horizontaal	3.01	9.25

Tabel 6 Invloed randvoorwaarden op kritiek verval in D-GeoFlow (D=10, L=30, d₅₀=0.180, U=2).

⁹ Komt het meest overeen met randvoorwaarden in het SD-model

¹⁰ Komt het meest overeen met randvoorwaarden in Sellmeijer (2011) 26

berekening	randvoorwaarde	pipelengte	instromend	achterland en polder	door pipe
_	polder		[m²/s]	[m²/s]	[m²/s]
V1F_PHc2	doorlatend	kritiek	12.4	4.8	7.6
V1F Rh3d	ondoorlatend	kritiek	12.4	1.6	10.7





Figuur 21 Contourlijn van constante stijghoogte tijdens kritiek verval in berekening V1F_PHc2.



Figuur 22 Indicatie van stroomlijnen d.m.v. stroomsnelheidsvectoren in berekening V1F_PHc2.

De berekeningen t.b.v. schaaleffecten met D/L=1/3 (zie paragraaf 4.4) zijn uitgevoerd met drie sets randvoorwaarden:

- 'S': randen cf. rekenregel van Sellmeijer: horizontaal vlak met breedte van 3D aan rivierzijde, verticale rand met stijghoogte=0 op 3D afstand van het uittredepunt. Dus zoals berekening V1F_Rh3d.
- 'SD': randen cf. SD-model: verticaal vlak aan rivierzijde, verticale rand met stijghoogte=0 ter plaatse van het uittredepunt. Dus zoals berekening V1F_PHe.
- een volledig doorlatende rand (geen deklaag) op maaiveld aan de polderzijde, verticaal vlak aan rivierzijde. Dus zoals berekening V1F_PHc2.

4.4 Schaaleffecten

Figuur 23 toont de schaaleffecten in D-GeoFlow, de rekenregel van Sellmeijer en het SDmodel; links bij een vaste D/L verhouding (zie ook Figuur 11) en rechts bij een vaste kwelweglengte.

De kritieke gradiënt in de rekenregel van Sellmeijer schaalt vrijwel gelijk met die in D-GeoFlow wanneer de 'Sellmeijer' randvoorwaarden worden gebruikt. De D-GeoFlow berekeningen met volledig doorlatend achterland schalen overigens nagenoeg hetzelfde. Bij relatief lage of hoge D/L verhoudingen geeft de rekenregel een iets lagere gradiënt (Figuur 23b), maar dit is beperkt (15 á 20%). In het SD-model neemt de kritieke gradiënt af tussen L=0.3 en L=3, maar blijft bij grotere L constant (Figuur 23a). Ook is deze bij een vaste lengte (L=100) ongevoelig voor de dikte van de watervoerende laag. De schaling in het SD-model komt dus niet overeen met D-GeoFlow, ook niet wanneer in D-GeoFlow de randvoorwaarden van het SD model worden geïmiteerd. De polderrandvoorwaarde heeft een groot effect (vgl. 'DGF met Sellmeijer rvw' en met 'SD rvw'), en verklaart een groot deel van de verschillen tussen het SD-model en de Sellmeijer rekenregel op grote schaal (L=100).

Wanneer men aanneemt dat D-GeoFlow de grondwaterstroming en pipestroming nauwkeurig berekent op alle schalen, kan men hieruit concluderen dat het SD-model een minder realistische benadering van de schaaleffecten geeft dan Sellmeijer.



Figuur 23 schaaleffecten in D-GeoFlow (DGF), Sellmeijer en het SD-model.

4.5 Verhanglijnen en stromingscondities

Volgens het SD model is de drukgradiënt in de pipe en in het zand ongeveer gelijk voor praktijkcondities (D>5 m). Ook schematiseert het SD model beide lijnen lineair. Deze paragraaf vergelijkt deze gradiënten uit het SD model met de gradiënten volgens D-GeoFlow. Daarbij is in D-GeoFlow gebruik gemaakt van 'S' randvoorwaarden (zie paragraaf 4.3), omdat er met de 'SD' randvoorwaarden nauwelijks evenwicht optreedt in de pipe (d.w.z. lc≈0, oftewel initiatie-gedomineerd) en daarom geen betrouwbare pipe-gradiënt bepaald kan worden, zie voorbeeld in Figuur 24.



Figuur 24 Voorbeeld verhanglijn in D-GeoFlow voor D=10, L=30, d_{50} =0.180, U=2. Links 'S' randvoorwaarden, rechts 'SD' randvoorwaarden.

Tabel 8 toont de gradiënten uit D-GeoFlow, en die in het SD-model. De totale gradiënt is al besproken in paragraaf 4.4. Hier is deze uitgesplitst naar gradiënt in de pipe en bovenstrooms van de pipe. Een interessant verschil tussen de twee modellen is dat de kritieke pipegradiënt in het SD-model alleen afhangt van de korreldiameter (positief verband), terwijl deze in D-GeoFlow afneemt met korreldiameter en schaal (Figuur 25).

De afname met schaal is te verwachten, omdat grotere schaal in het model leidt tot een groter debiet, een diepere pipe en dus een lagere kritieke pipegradiënt. Dit is ook te zien in Figuur 26, waar het Reynolds getal (uR/v) een functie is van korreldiameter en schaal, terwijl dit in het SD-model een constante is. Figuur 27 toont verder de berekende pipediepte, stroomsnelheid en schuifspanning als functie van kwelweglengte, voor fijn zand. Omdat dit de schaaleffecten bepaald, wordt aanbevolen om dergelijke relaties te valideren met proeven op verschillende schalen.

De met D-GeoFlow berekende afname van pipegradient met korreldiameter hangt samen met een toename van pipedebiet met korreldiameter, maar wordt versterkt door de gekalibreerde exponent 0.6 op de d₇₀. In recente proeven (Pol et al, in prep) is de pipegradient vrijwel onafhankelijk van korreldiameter; dit wijkt dus af van zowel Sellmeijer als het SD-model.

Verder blijkt uit Tabel 8 dat de Darcy term in het SD-model (i_{sand}-i_{pipe}) naar 0 gaat voor grote schalen, maar in D-GeoFlow is deze term op alle schalen ca. 50-70% van het totale verhang.

berekening	D	L	D/L	d ₅₀	pipegradiënt		bovenst	troomse	totale g	jradiënt	(i _{san}	d -İ pipe)
	[m]	[m]		[mm]			grad	liënt				
					SD	DGF	SD	DGF	SD	DGF	SD	DGF
L1SF	0.1	0.3	1/3	0.180	0.114	0.246	1.120	0.515	0.387	0.453	1.006	0.269
L1SG	0.1	0.3	1/3	0.400	0.253	0.183	0.706	0.428	0.482	0.361	0.453	0.246
L2SF	1	3	1/3	0.180	0.114	0.125	0.215	0.238	0.141	0.214	0.101	0.113
L2SG	1	3	1/3	0.400	0.253	0.093	0.299	0.205	0.276	0.174	0.046	0.112
V1SF	10	30	1/3	0.180	0.114	0.056	0.124	0.121	0.117	0.101	0.01	0.065
V1SG	10	30	1/3	0.400	0.253	0.046	0.258	0.094	0.256	0.081	0.005	0.048
V2SF	33.3	100	1/3	0.180	0.114	0.038	0.117	0.081	0.115	0.069	0.003	0.043
V2SG	33.3	100	1/3	0.400	0.253	0.031	0.255	0.065	0.254	0.055	0.002	0.034
V3SF	10	100	1/10	0.180	0.114	0.051	0.124	0.106	0.114	0.098	0.01	0.055
V4SF	50	100	1/2	0.180	0.114	0.036	0.116	0.077	0.115	0.064	0.002	0.041
V5SF	100	100	1	0.180	0.114	0.033	0.115	0.079	0.115	0.061	0.001	0.046

Tabel 8	Vergelijking	gemiddelde p	ipegradiënt (en totale	gradiënt	volgens h	et SD-model	en D-	GeoFlow
		J			J				

Ook hier geldt dat wanneer men aanneemt dat D-GeoFlow de grondwaterstroming en pipestroming correct berekent, hieruit volgt dat de Shields term (=pipegradiënt) in het SDmodel een vereenvoudiging is van de pipestroming, die er voor zorgt dat het kritieke verhang niet afneemt bij grotere schalen. Het ontbreken van dit schaaleffect in het SD-model leidt tot een te optimistische inschatting van de sterkte bij grote kwelweglengtes.



Figuur 25 verhouding tussen pipegradiënt en 'Darcy term' in D-GeoFlow berekeningen



Figuur 26 Kritieke Reynolds getal (halverwege de pipe) in D-GeoFlow berekeningen



Figuur 27 Stromingscondities halverwege de pipe in D-GeoFlow berekeningen met 'Sellmeijer' randvoorwaarden

5 Conclusies en aanbevelingen

5.1 Sellmeijer en Shields-Darcy

5.1.1 Conceptuele verschillen

De vigerende rekenregel van Sellmeijer en het SD-model beschrijven hetzelfde deel in het faalpad van piping. Ook bevatten beide modellen vergelijkbare processen, maar zijn deze verschillend uitgewerkt en afgeleid. Verschillen zitten met name in de grondwaterstroming, maar ook in de pipestroming, het korrelevenwicht en de proevenset die is gebruikt voor kalibratie.

De grondwaterstroming is in het SD-model sterker vereenvoudigd dan in de MSeep berekeningen die ten grondslag liggen aan de Sellmeijer rekenregel; daarnaast bevat het SD-model een relatief gunstige randvoorwaarde aan de polderzijde. Zie ook de D-GeoFlow resultaten in paragraaf 4.3 voor de effecten van verschillen in randvoorwaarden.

De beschrijving van het korrelevenwicht in het SD-model (variant op Shields) sluit beter aan op de fysica t.o.v. de herkalibratie van de d_{70} in de rekenregel van Sellmeijer (2011), maar het verschil in resulterende kritieke schuifspanning is klein voor fijn, uniform zand (Figuur 7). In de stap van Shields parameter naar pipegradiënt, wordt de benodigde pipediepte vervangen door kalibratieparameter αR . Uit de D-GeoFlow analyses blijkt echter dat deze Reynolds parameter een functie is van d_{50} en schaal.

Het SD-model geeft door het gebruik van d₁₅ een lagere kritieke schuifspanning als de gradering toeneemt. Uit proeven blijkt juist dat het kritiek verval toeneemt met toenemende gradering. In de Sellmeijer rekenregel is het effect van gradering beperkt (door het weglaten van U uit de rekenregel). Het effect van gradering op de kritieke schuifspanning kan niet voldoende onderbouwd worden met de beschikbare experimenten. Bij beide modellen is daarom aanvullend onderzoek nodig voor toepassing op niet-uniform zand (U>2). Zowel Sellmeijer als het SD-model zijn ook niet direct toepasbaar bij grof materiaal (grind), omdat dit buiten het kalibratiebereik valt, en omdat mogelijk turbulente stroming nodig is om korrels in beweging te krijgen.

De twee modellen zijn gekalibreerd en gevalideerd op verschillende proevensets. Beide evenwichtsmodellen zijn echter alleen gekalibreerd op proeven waarbij geen sprake was van evenwicht na het beginnen van pipegroei (initiatie-gedomineerde proeven). Dat is een fundamenteel probleem, omdat dit een ander proces is en de modelparameters op die manier mogelijk zodanig gecorrigeerd worden dat ze bij extrapoleren fouten kunnen opleveren. Ook blijken de gevonden kalibratiecoëfficiënten van beide modellen gevoelig voor de keuze van de kalibratieset, wat aangeeft dat de processen niet volledig worden gemodelleerd op verschillende schalen.

5.1.2 Verschillen in uitkomsten

De twee modellen kunnen tot grote verschillen in uitkomsten leiden (tot een factor 15 in kritiek verval), met name bij grof zand of zand met een afwijkende uniformiteit, bij een dik zandpakket en bij een lange kwelweglengte. Alleen voor kleine kwelweglengtes (10-30 m) en uiterst fijn zand (d_{50} =0.100-0.150 mm) komen de modellen met elkaar overeen.

Schaaleffecten in de grondwaterstroming en pipestroming zijn een belangrijke oorzaak van de verschillen tussen Sellmeijer en het SD-model. Het kritieke verhang in het SD-model is vrijwel onafhankelijk van de kwelweglengte en dikte van het zandpakket – boven een bepaalde dikte draagt het pakket geen water meer bij. In het Sellmeijer model draagt de

toestroming uit diepere lagen wel minder bij, maar de bijdrage verdwijnt niet helemaal, waardoor er een relatie is tussen het kritiek verhang en de dikte en lengte van het zandpakket (schaaleffecten). Welke schaaleffecten realistisch zijn, is onderzocht met het numerieke pipingmodel D-GeoFlow:

- Hieruit blijkt dat de gekozen randvoorwaarden voor de grondwaterstroming significante invloed hebben op het kritiek verval, en op de schaaleffecten. De polderrandvoorwaarde die ten grondslag ligt aan het Sellmeijer model (ondoorlatende deklaag) is realistischer dan die in het SD-model (constante stijghoogte in zone A en B).
- De schaaleffecten (invloed van kwelweglengte op kritiek verhang) in de rekenregel van Sellmeijer komen goed overeen met die in D-GeoFlow. Het ontbreken van deze schaaleffecten volgens het SD-model wordt daarentegen niet ondersteund.
- Een mogelijke oorzaak van deze verschillen is dat de pipegradient in het SD-model alleen afhankelijk is van de korreldiameter, terwijl die volgens D-GeoFlow afneemt met korreldiameter en schaal (groter debiet, grotere pipes, lagere pipegradiënt).

Hierbij wordt wel opgemerkt dat beide modellen 2D zijn, en dat 3D grondwaterstroming naar een opbarstgat mogelijk andere schaaleffecten oplevert.

Verschillen tussen de modellen ontstaan niet alleen bij praktijkcondities. Ook op labschaal ontstaan er (kleinere) verschillen tussen de modellen, bijvoorbeeld bij grof zand of minder uniform zand. Sellmeijer geeft namelijk een negatief verband met d₅₀, het SD-model een positief verband. Dit is deels terug te voeren op de verschillende kalibratiedatasets, en dient nader onderzocht te worden.

5.1.3 Shields-Darcy een realistisch alternatief?

Het SD-model leidt voor veel praktijkcondities tot een hoger kritiek verval (dus meer sterkte) dan de rekenregel van Sellmeijer. Op basis van bovenstaande analyses, m.n. die met D-GeoFlow, is dit grotendeels toe te schrijven aan schaaleffecten die ontstaan door de randvoorwaarden en schematisering van de grondwaterstroming en de pipestroming. D-GeoFlow berekent grondwaterstroming en pipestroming nauwkeuriger, en laat deze schaaleffecten namelijk wel zien, evenals de Sellmeijer rekenregel, maar het SD-model niet. Het complete SD-model in de huidige vorm lijkt daarom geen alternatief voor de Sellmeijer rekenregel. Componenten van het SD-model, specifiek de Shields benadering voor het korrelevenwicht, zijn echter wel een verbetering m.b.t. Sellmeijer. Dit biedt ook mogelijkheden voor het integreren van laminaire en turbulente stroming voor situaties met een grindhoudend zand of grind.

5.2 Stappen richting een verbeterde pipinganalyse

In zowel het Sellmeijer model als het SD-model ontbreken ook veel relevante aspecten. Op korte en langere termijn zijn er verschillende mogelijkheden om tot een verbeterde pipinganalyse te komen.

 Piping bestaat uit diverse (complexe) onderliggende processen. Het afleiden van analytische modellen zoals Sellmeijer en Shields-Darcy is tot nu toe alleen gelukt met sterke vereenvoudigingen. Vervolgens is het nodig om deze modellen te kalibreren op experimenten. Dit is altijd gedaan op basis van het kritiek verval, waardoor de kalibratiecoëfficiënten voor alle afwijkende processen tegelijk corrigeren. Hierdoor wordt extrapolatie naar praktijkcondities extra onzeker. Voor de praktijk kan een eenvoudige formule nuttig of zelfs nodig zijn. Echter, vanwege bovengenoemde complexiteit zou deze moeten worden afgeregeld op een nauwkeuriger model waarin onderliggende processen (grondwaterstroming, pipestroming en korrelevenwicht) afzonderlijk zijn opgenomen. Een dergelijke benadering is bijvoorbeeld al voor de rekenregel Sellmeijer gebruikt. Daarnaast is het goed mogelijk dat eenvoudige formules steeds minder nodig worden door ontwikkelingen op het gebied van rekentechnieken.

- 2. Wat betreft modellering, zou zo'n model bijvoorbeeld moeten kunnen rekenen met de volgende processen die een belangrijke rol lijken te spelen bij piping:
 - initiatie en progressie, dus niet alleen de kritieke verval, maar ook het pipegroeiproces voor en na het bereiken van het kritiek verval. Dit is belangrijk voor het interpreteren van wellenobservaties bij lage waterstanden;
 - 3D grondwaterstroming en een heterogene ondergrond;
 - niet-uniform zand;
 - mogelijk turbulente stroming (grind)
 - weerstand in het opbarstkanaal integreren in de pipingberekening (ipv de 0,3d regel)
- 3. Om de gebruiker van D-GeoFlow meer inzicht in de uitkomsten te geven, wordt aanbevolen om visualisatie van stroomlijnen en potentiaallijnen standaard mogelijk te maken, evenals het weergeven van debieten op relevante plaatsen in het zand en de pipe.
- 4. Wat betreft experimenteel onderzoek: dat moet zich meer richten op het meten van de deelprocessen, zoals korrelevenwicht, en niet alleen het kritieke verval. Daarmee kunnen modelonderdelen afzonderlijk worden gekalibreerd, wat een betere fysische basis geeft voor opschalen naar praktijkcondities.
 - Een concreet voorstel voor de korte termijn is om experimenteel onderzoek te doen naar de sterkte van afwijkende grondsoorten zoals gegradeerd zand (grind- of silthoudend zand) of ongeroerde grond. Waaronder bepaling van de kritieke bodemschuifspanning, stroomsnelheden en lokale gradiënten. Kleine of middelgrote schaalproeven kunnen hier met beperkte kosten veel inzichten opleveren.
- 5. De belangrijkste toevoeging van het SD-model zit in het criterium voor het begin van bewegen volgens een variant op Shields. Het is aan te bevelen om een soortgelijke aanpak te behouden, en eventueel uit te breiden naar het turbulente pipestromingsregime.
- 6. Sommige bijdragen aan de sterkte zijn lastig te modelleren (zoals heterogeniteit). Het uitgangspunt dient echter altijd te zijn om een realistische inschatting van de sterkte te maken, en geen stapeling van conservatieve keuzes. Als die sterkte er is, moet men deze zo goed mogelijk meenemen. Dat geldt ook voor vervolgprocessen zoals tijdsafhankelijke pipegroei en noodmaatregelen.
- 7. Een model is een hulpmiddel, niet de gehele analyse. De beheerder dient altijd een afweging te maken of het default (Sellmeijer) model geschikt is voor de specifieke situatie. Bijvoorbeeld, de situatie in delen van Limburg wijkt lokaal mogelijk zoveel af van de aannames in zowel het Sellmeijer model als het SD-model dat het nodig is om dat in een maatwerkanalyse nader te onderzoeken.

Symbolenlijst

<u>symbool</u>	<u>eenheid</u>	<u>betekenis</u>
ΔHc	m	kritiek verval
L	m	kwelweglengte
D	m	dikte watervoerend pakket
$ ho_{s}$	kg/m ³	volumieke massa van zand
$ ho_w$	kg/m ³	volumieke massa van water
d_n	m	korreldiameter, n-de percentiel van korrelverdeling
К	m ²	intrinsieke permeabiliteit
k	m/s	doorlatendheid
RD	-	relatieve dichtheid
U	-	uniformiteitscoefficient (=d ₆₀ /d ₁₀)
KAS	-	hoekigheid korrels
S _{pipe}	-	gemiddelde hydraulische gradient in pipe (ook wel i _{pipe})
Ssand	-	gemiddelde hydraulische gradient in het zand bovenstrooms van de pipe (ook wel i _{sand})
l _c	m	kritieke pipelengte
$\Psi_{\ell am,c}$	-	kritieke Shields parameter (ook wel Θ_c)
Θ_c	-	kritieke Shields parameter (ook wel $\Psi_{\ell am,c}$)
V	m²/s	kinematische viscositeit
α_f	-	Kalibratieparameter in SD-model
α_R	-	Kalibratieparameter in SD-model
ℓ_R	m	Kalibratieparameter in SD-model
d _{70m}	m	gemiddelde d ₇₀ in proevenset (0.000208 m)
η	-	constante van White
θ	0	rolweerstandhoek
g	m/s²	gravitatieconstante (9.81)

Referenties

Allan, R. (2018). Backward Erosion Piping (Doctoral Dissertation). University of New South Wales.

Barendsen, L. (2020). The effect of leakage on backward erosion piping: A modelling study in 2D and 3D. MSc thesis TU Delft.

Cheng, N.-S. (2004). "Analysis of bedload transport in laminar flows." Advances inWater Resources, 490 27(9), 937–942.

Delorme, P., Voller, V., Paola, C., Devauchelle, O., Lajeunesse, É., Barrier, L., & Métivier, F. (2017). Self-similar growth of a bimodal laboratory fan. Earth Surface Dynamics, European Geosciences Union, 2017, 5 (2), pp.239 – 252.

De Wit, J. M., Sellmeijer, J. B., & Penning, A. (1981). Laboratory testing on piping. In Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (pp. 15-19).

Hoffmans, G., & Van Rijn, L. (2018). Hydraulic approach for predicting piping in dikes. Journal of Hydraulic Research, 56(2), 268-281

Hoffmans, G., R. Koopmans, H. Niemeijer & K. Dorst (2020). Shields-Darcy-model komt tot kortere kwellengtes. Land + Water, nr. 6/7, juli 2020

Pol, Kanning, Van Beek, Robbins, Jonkman (in preparation). Temporal evolution of backward erosion piping: assessment of local conditions in small-scale experiments.

Robbins, B. A. (2016). Numerical modeling of backward erosion piping. Applied numerical modeling in geomechanics, 2016, 551-558.

Robbins, B. A., van Beek, V. M., López-Soto, J. F., Montalvo-Bartolomei, A. M., & Murphy, J. (2018a). A novel laboratory test for backward erosion piping. International Journal of Physical Modelling in Geotechnics, 18(5), 266-279.

Robbins, B. A., Stephens, I. J., Leavell, D. A., López-Soto, J. F., & Montalvo-Bartolomei, A. M. (2018b). Laboratory piping tests on fine gravel. Canadian Geotechnical Journal, 55(11), 1552-1563.

Rosenbrand, Esther & Knoeff, Han (2020). KvK 2019 onderzoek faalpaden en piping.

Sellmeijer, J. B., López De La Cruz, J., Van Beek, V. M., & Knoeff, J. G. (2011). Fine-tuning of the piping model through small-scale, medium-scale and IJkdijk experiments. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 15(8), 1139–1154.

Sellmeijer, J. B. (1988). On the mechanism of piping under impervious structures (Doctoral thesis). Delft University of Technology, Delft.

Sellmeijer, J. B., Calle, E. O. F., & Sip, J. W. (1989). Influence of aquifer thickness on piping below dikes and dams. In Proceedings of international symposium on analytical evaluation of dam related problems (357–366). Copenhagen: ICOLD.

Sellmeijer, J.B. (2006). "Numerical computation of seepage erosion below dams (piping)." In Proc. 3rd International Conference on Scour and Erosion (ICSE-3), H. Verheij and G. Hoffmans, eds. 563 596–601, Gouda, CURNET.

Silvis, F. (1991). Verification Piping Model; experiments in the Delta flume. Evaluation report. Delft Geotechnics Report. CO317710/7.

Van Esch, J., J. Sellmeijer, and D. Stolle. (2013). "Modeling transient groundwater flow and piping under dikes and dams." In Proc., 3rd International Symposium on Computational Geomechanics (ComGeo III), S. Pietruszczak and G. Pande, eds. Vol. 9, London, Taylor I& Francis.

Van Beek, V. (2012). SBW Piping: Vergelijking model van Sellmeijer en model van Hoffmans. Deltares rapport 1206013-001-GEO-0002.

Van Beek, van Essen, Vandenboer (2013). SBW Piping 5B: Progression of piping.

Van Beek, V. M., Yao, Q. L., & Van, M. A. (2013). Backward erosion piping model verification using cases in China and the Netherlands. International conference on case histories in geotechnical engineering, 47. Wheeling, IL.

Van Beek, V. M. (2015). Backward erosion piping, initiation and progression (Doctoral thesis). Delft University of Technology, Delft .

Van Beek, V. M., & Hoffmans, G. J. C. M. (2017). Evaluation of Dutch backward erosion piping models and a future perspective. In Proceedings 25th Meeting European Working Group on Internal Erosion in Embankment Dams & their Foundations (pp. 97-113).

Van Beek, V. (2018). Grind en grindhoudende lagen in de Maasvallei. Deltares memo 11202002-002-GEO-0002.

Van Beek, V. (2019). Uitbreiding pipinggevoeligheid grind en grindhoudende zanden Maasvallei. Deltares Memo 11202002-002-GEO-0005, 19 maart 2019.

Vandenboer, K., Van Beek, V. M., & Bezuijen, A. (2018). 3D character of backward erosion piping. Géotechnique, 68(1), 86-90.

Van Rijn, L. C. (2007). Unified view of sediment transport by currents and waves. III: Graded beds. Journal of Hydraulic Engineering, 133(7), 761–775.

Weijers JBA, Sellmeijer JB (1993). A new model to deal with the piping mechanism. In: Brauns J, Herbaum M, Schuler U (eds) Filters in geotechnical and hydraulic engineering.

Bijlage A: D-GeoFlow

D-GeoFlow model

Uitgangspunten:

- Geometrie: horizontale zandlaag met afdekkende kleilaag
 - zandpakket aan polderzijde heeft een lengte van 5xD om randeffecten te voorkomen.
- Zandeigenschappen
 - Compressibility: 0
 - o Dichtheid: 2650 kg/m3
- Randvoorwaarden:
 - Horizontaal instroomvlak bij rivier (submerging boundary);
 - o constant head=0 in teensloot en polderzijde watervoerend pakket;
 - \circ no flow bij overige randen.
- Numerieke instellingen
 - Mesh size: afhankelijk van schaal
 - o MPicard=1000
 - o ErrLin/ErrNonlin: default

Randvoorwaarden grondwaterstroming

Blauw: stijghoogte rivier Groen: stijghoogte polder Bruin: gesloten rand Geel: pipe-pad



¹¹ Komt het meest overeen met randvoorwaarden in het SD model



Stroomlijnen bij verschillende randvoorwaarden

Figuren o.b.v. dataverwerking door Deltares. Alle figuren zijn bij het kritieke verval. De blauwe stip in de modelopzet is punt x=0. Stijghoogte in m.



Figuur 28 Berekening V1F_PHc: volledig doorlatend achterland

 $^{^{\}rm 12}$ Komt het meest overeen met randvoorwaarden in Sellmeijer (2011) ${\bf 38}$



Figuur 29 Berekening V1F_PHc2: volledig doorlatend achterland



Figuur 30 Berekening V1F_Rh3d (=V1SF): ondoorlatend achterland

Resultaten

berekening	D	L	D/L	d 70	k	Hc_Sell	Hc_SD	Hc_DGF	lc_SD	lc_DGF
	[m]	[m]		[mm]	[m/dag]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
L1SDF	0.1	0.3	1/3	0.214	11.42	0.135	0.116	0.133	0.22	0.02
L1SF	0.1	0.3	1/3	0.214	11.42	0.135	0.116	0.135	0.22	0.07
L1SG	0.1	0.3	1/3	0.474	56.39	0.109	0.145	0.108	0.15	80.0
L2SDF	1	3	1/3	0.214	11.42	0.624	0.424	0.868	2.19	0.05
L2SF	1	3	1/3	0.214	11.42	0.624	0.424	0.637	2.19	0.67
L2SG	1	3	1/3	0.474	56.39	0.505	0.829	0.519	1.48	0.85
V1F_PH1d	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	2.81	21.86	5.50
V1F_PH1m	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	4.08	21.86	0.75
V1F_PH2m	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	3.44	21.86	1.50
V1F_PH5m	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	2.96	21.86	4.50
V1F_PHc	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	2.82	21.86	5.50
V1F_PHe	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	4.88	21.86	0.25
V1F_PQ5d	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	2.64	21.86	8.25
V1F_PQe	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	2.58	21.86	9.00
V1F_RH1d	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	3.03	21.86	8.25
V1F_RH3d	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	3.01	21.86	9.25
V1F_RH5d	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	3.01	21.86	9.25
V1SDF	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	4.88	21.86	0.25
V1SDF_Shields	10	30	1/3	0.151	11.42	2.90	3.50	4.26	21.86	0.25
V1SDG	10	30	1/3	0.474	56.39	2.34	7.67	3.94	14.84	0.25
V1SDG_Shields	10	30	1/3	0.414	56.39	2.34	7.67	3.74	14.84	0.25
V1SF	10	30	1/3	0.214	11.42	2.90	3.50	3.01	21.86	9.25
V1SF_Shields	10	30	1/3	0.151	11.42	2.90	3.50	2.63	21.86	9.00
V1SG	10	30	1/3	0.474	56.39	2.34	7.67	2.42	14.84	8.00
V1SG_Shields	10	30	1/3	0.414	56.39	2.34	7.67	2.30	14.84	8.25
V2SDF	33	100	1/3	0.214	11.42	6.47	11.48	12.96	72.86	0.50
V2SF	33.3	100	1/3	0.214	11.42	6.47	11.48	6.85	72.86	29.50
V2SG	33.3	100	1/3	0.474	56.39	5.23	25.40	5.52	49.48	28.00
V3SF	10	100	1/10	0.214	11.42	8.52	11.43	9.75	97.19	15.00
V4SF	50	100	1/2	0.214	11.42	5.97	11.50	6.35	49.05	33.00
V5SF	100	100	1	0.214	11.42	4.89	11.49	5.84	5.79	39.50

Tabel 9 Vergelijking kritiek verval tussen Sellmeijer2011, SD en D-GeoFlow

Bijlage B: data experimenten

Onderstaande tabellen bevatten de data die is gebruikt voor de analyse in paragraaf 2.4.2. Dit zijn proeven van De Wit (1984) en Van Beek et al (2011). De data is gebaseerd op Tabel R1 in Hoffmans & van Rijn (2018). Er zijn enkele correcties doorgevoerd vanwege fouten in de tabel met resultaten in Van Beek (2015) en een fout in Tabel R1 in Hoffmans & van Rijn (2018). De betreffende getallen zijn rood gemarkeerd.

(m) (mm) (mm) (mm)(mms⁻¹) (-) (m) (m) (m) (m) D L Test **d**₁₅ k RD Hc_exp Hc_Sell Hc_SD d_{50} d_{70} I-137 0.33 0.27 0.31 0.98 0.26 0.168 0.238 0.1 0.38 0.43 220880 -I-1 0.5 0.8 0.13 0.19 0.21 0.11 0.85 0.33 0.243 0.254 220880-I-3 0.5 0.8 0.13 0.19 0.21 0.11 0.89 0.331 0.243 0.254 220880-I-5 0.5 0.8 0.13 0.19 0.21 0.15 0.64 0.269 0.219 0.219 220880-I-7 0.5 0.8 0.13 0.19 0.21 0.25 0.53 0.201 0.185 0.181 220880-I-9 0.5 0.8 0.13 0.19 0.21 0.33 0.45 0.222 0.169 0.167 220883-39-2 0.5 0.8 0.13 0.19 0.21 0.26 0.55 0.195 0.183 0.179 220880-V-1 0.5 0.8 0.15 0.2 0.22 0.16 0.91 0.266 0.221 0.251 220880-V-3 0.5 0.8 0.15 0.2 0.22 0.21 0.74 0.234 0.202 0.227 0.2 0.22 0.24 0.208 220880-V-5 0.5 0.8 0.15 0.57 0.193 0.217 220880-V-7 0.5 0.8 0.15 0.2 0.22 0.34 0.4 0.244 0.172 0.197 0.5 0.15 0.2 0.22 0.241 220880-VII-2 0.8 0.18 0.83 0.212 0.240 220880-II-1 0.5 0.8 0.25 0.4 0.6 0.37 0.84 0.302 0.305 0.325 220880-II-3 0.5 0.8 0.25 0.4 0.6 0.52 0.6 0.3 0.272 0.297 220880-II-5 0.5 0.25 0.4 0.66 0.36 0.34 0.251 0.282 0.8 0.6 0.37 0.267 220880-III-1 0.5 0.8 0.22 0.37 0.48 0.72 0.3 0.283 220880-III-3 0.22 0.38 0.51 0.364 0.5 0.8 0.37 0.48 0.264 0.280 220880-III-5 0.5 0.8 0.22 0.37 0.48 0.53 0.27 0.322 0.237 0.256 0.394 220884-26-1 0.5 0.8 0.32 0.75 1.39 1.6 0.19 0.310 0.283 220881-40-4 1.5 1.2 0.15 0.2 0.22 0.21 0.74 0.307 0.244 0.269 220881-40-6 1.5 1.2 0.15 0.2 0.22 0.21 0.74 0.288 0.244 0.269 220880-IV-1 1.5 2.4 0.13 0.19 0.21 0.14 0.92 0.838 0.467 0.472 220880-IV-3 1.5 2.4 0.13 0.19 0.21 0.19 0.73 0.409 0.422 0.445 220880-VI-2 0.15 0.22 0.19 0.352 0.434 1.5 2.4 0.2 0.83 0.532 220880-VI-6 1.5 2.4 0.15 0.2 0.22 0.3 0.49 0.381 0.373 0.500 220883-35-1 1.5 2.4 0.32 0.75 1.39 1.8 0.18 0.88 0.620 0.756 2.4 0.32 0.75 1.39 1.5 0.21 220883-35-3 1.5 0.8 0.659 0.764 220883-35-5 1.5 2.4 0.32 0.75 1.39 1 0.35 0.714 0.754 0.787 220883-35-7 1.5 2.4 0.32 0.75 1.39 0.83 0.48 0.626 0.802 0.801 220883-35-9 1.5 2.4 0.32 0.75 1.39 0.73 0.48 0.94 0.837 0.813 220881-40-2 1.5 4.5 0.15 0.2 0.22 0.21 0.71 0.715 0.718 0.906 B19 0.1 0.1 0.13 0.34 0.15 0.15 0.64 0.114 0.117 0.085 B24 0.1 0.34 0.1 0.13 0.15 0.07 0.97 0.172 0.151 0.134 B35 0.1 0.34 0.1 0.13 0.15 0.13 0.64 0.135 0.123 0.092

Tabel 10 gecorrigeerde kalibratiedataset

B40	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.05	0.91	0.148	0.165	0.173
B54	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.07	0.79	0.18	0.147	0.135
B57	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.09	0.75	0.132	0.135	0.114
B61	0.1	0.35	0.1	0.13	0.15	0.1	0.73	0.114	0.138	0.107
B83	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.06	0.85	0.139	0.155	0.151
B85	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.08	0.53	0.118	0.144	0.123
B87	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.2	0.42	0.046	0.106	0.075
B103	0.1	0.32	0.1	0.13	0.15	0.16	0.09	0.08	0.109	0.082
B107	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.06	0.88	0.18	0.155	0.151
B122	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.16	0.12	0.08	0.115	0.083
D31	0.1	0.33	0.08	0.15	0.19	0.06	0.65	0.179	0.178	0.116
D37	0.1	0.33	0.08	0.15	0.19	0.04	0.98	0.265	0.204	0.160
D39	0.1	0.33	0.08	0.15	0.19	0.05	0.92	0.139	0.190	0.133
148	0.1	0.34	0.275	0.38	0.43	1.1	0.76	0.079	0.113	0.151
150	0.1	0.33	0.257	0.34	0.4	2.2	0.73	0.047	0.084	0.122
O43	0.1	0.33	0.141	0.233	0.307	0.42	0.75	0.099	0.124	0.086
146	0.1	0.34	0.11	0.16	0.2	0.11	0.7	0.155	0.154	0.119
153	0.1	0.33	0.13	0.17	0.2	0.11	0.74	0.128	0.150	0.151
162	0.1	0.33	0.13	0.16	0.18	0.2	0.63	0.099	0.116	0.107
S64	0.1	0.34	0.121	0.2	0.232	0.17	0.75	0.12	0.146	0.108
Bms2	0.4	1.45	0.1	0.13	0.15	0.14	0.5	0.37	0.320	0.226
Bms8	0.4	1.33	0.1	0.13	0.15	0.26	0.5	0.19	0.241	0.192
lms4	0.4	1.46	0.13	0.17	0.21	0.37	0.51	0.2	0.285	0.264
lms13	0.4	1.45	0.169	0.283	0.35	0.46	0.55	0.37	0.357	0.312
IJkms10	0.4	1.43	0.106	0.147	0.185	0.16	0.47	0.26	0.342	0.229

Tabel 11 gecorrigeerde validatiedataset

	(m)	(m)	(mm)	(mm)	(mm)	(mms ⁻¹)	(-)	(m)	(m)	(m)
Test	D	L	d ₁₅	d ₅₀	d ₇₀	k	RD	Hc_exp	Hc_Sell	Hc_SD
I-138	0.1	0.33	0.27	0.38	0.43	0.28	0.97	0.28	0.174	0.251
220880-I-2	0.5	0.8	0.13	0.19	0.21	0.09	0.9	0.364	0.260	0.283
220880-I-4	0.5	0.8	0.13	0.19	0.21	0.15	0.73	0.239	0.219	0.219
220880-I-6	0.5	0.8	0.13	0.19	0.21	0.18	0.81	0.272	0.207	0.203
220880-I-8	0.5	0.8	0.13	0.19	0.21	0.27	0.37	0.166	0.180	0.177
220883-39-1	0.5	0.8	0.13	0.19	0.21	0.26	0.55	0.237	0.183	0.179
220883-39-3	0.5	0.8	0.13	0.19	0.21	0.22	0.55	0.214	0.193	0.189
220880-V-2	0.5	0.8	0.15	0.2	0.22	0.19	0.83	0.303	0.209	0.235
220880-V-4	0.5	0.8	0.15	0.2	0.22	0.26	0.66	0.244	0.188	0.212
220880-V-6	0.5	0.8	0.15	0.2	0.22	0.29	0.49	0.25	0.181	0.205
220880-VII-1	0.5	0.8	0.15	0.2	0.22	0.14	0.95	0.28	0.231	0.266
220880-VII-3	0.5	0.8	0.15	0.2	0.22	0.22	0.66	0.241	0.199	0.223
220880-II-2	0.5	0.8	0.25	0.4	0.6	0.39	0.75	0.45	0.300	0.320
220880-II-4	0.5	0.8	0.25	0.4	0.6	0.61	0.48	0.445	0.258	0.286
220880-II-6	0.5	0.8	0.25	0.4	0.6	0.75	0.24	0.225	0.241	0.275

220880-III-2	0.5	0.8	0.22	0.37	0.48	0.37	0.61	0.392	0.267	0.283
220880-III-4	0.5	0.8	0.22	0.37	0.48	0.46	0.38	0.284	0.248	0.265
220880-111-6	0.5	0.8	0.22	0.37	0.48	0.69	0.16	0.202	0.217	0.242
220884-26-2	0.5	0.8	0.32	0.75	1.39	1.1	0.34	0.391	0.351	0.302
220881-40-5	1.5	1.2	0.15	0.2	0.22	0.21	0.74	0.189	0.244	0.269
220881-40-7	1.5	1.2	0.15	0.2	0.22	0.21	0.74	0.2	0.244	0.269
220880-IV-2	1.5	2.4	0.13	0.19	0.21	0.17	0.82	0.374	0.438	0.454
220880-VI-1	1.5	2.4	0.15	0.2	0.22	0.2	0.88	0.415	0.427	0.528
220880-VI-3	1.5	2.4	0.15	0.2	0.22	0.24	0.68	0.414	0.401	0.514
220880-VI-5	1.5	2.4	0.15	0.2	0.22	0.29	0.57	0.36	0.377	0.502
220880-VI-7	1.5	2.4	0.15	0.2	0.22	0.35	0.4	0.285	0.354	0.493
220883-35-2	1.5	2.4	0.32	0.75	1.39	1.5	0.2	0.96	0.659	0.764
220883-35-4	1.5	2.4	0.32	0.75	1.39	1.1	0.35	0.68	0.730	0.781
220883-35-6	1.5	2.4	0.32	0.75	1.39	1	0.36	0.885	0.754	0.787
220883-35-8	1.5	2.4	0.32	0.75	1.39	0.75	0.48	1.04	0.830	0.810
220881-40-1	1.5	4.5	0.15	0.2	0.22	0.22	0.81	0.809	0.707	0.903
220881-40-3	1.5	4.5	0.15	0.2	0.22	0.21	0.62	0.624	0.718	0.906
B23	0.1	0.35	0.1	0.13	0.15	0.06	0.98	0.193	0.163	0.149
B28	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.27	0.37	0.071	0.096	0.066
B36	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.11	0.63	0.137	0.126	0.101
B41	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.07	0.92	0.153	0.147	0.135
B55	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.09	0.71	0.141	0.135	0.114
B58	0.1	0.35	0.1	0.13	0.15	0.1	0.7	0.182	0.138	0.107
B82	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.06	0.85	0.139	0.159	0.150
B84	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.1	0.53	0.098	0.131	0.107
B86	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.1	0.43	0.098	0.134	0.107
B101	0.1	0.31	0.1	0.13	0.15	0.1	0.31	0.08	0.124	0.107
B105	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.08	0.83	0.16	0.144	0.123
B121	0.1	0.34	0.1	0.13	0.15	0.18	0.13	0.09	0.110	0.078
B123b	0.1	0.33	0.1	0.13	0.15	0.1	0.12	0.13	0.131	0.107
D32	0.1	0.33	0.08	0.15	0.19	0.08	0.65	0.138	0.162	0.094
D38	0.1	0.34	0.08	0.15	0.19	0.06	0.92	0.165	0.183	0.114
147	0.1	0.34	0.275	0.38	0.43	0.73	0.75	0.087	0.130	0.169
149	0.1	0.34	0.257	0.34	0.4	0.8	0.76	0.069	0.121	0.153
152	0.1	0.33	0.257	0.34	0.4	0.7	0.71	0.092	0.123	0.156
145	0.1	0.33	0.11	0.16	0.2	0.09	0.72	0.203	0.161	0.136
151	0.1	0.34	0.13	0.17	0.2	0.17	0.7	0.112	0.133	0.117
156	0.1	0.34	0.13	0.16	0.18	0.13	0.69	0.1	0.137	0.135
S63	0.1	0.34	0.121	0.2	0.232	0.24	0.75	0.125	0.130	0.089
Bms1	0.4	1.37	0.1	0.13	0.15	0.12	0.6	0.28	0.320	0.225
Bms7	0.4	1.3	0.1	0.13	0.15	0.15	0.64	0.29	0.284	0.207
lms3	0.4	1.46	0.13	0.17	0.21	0.2	0.64	0.26	0.349	0.287
lms5	0.4	1.42	0.13	0.17	0.21	0.22	0.75	0.29	0.330	0.277
IJkms9	0.4	1.46	0.131	0.199	0.249	0.23	0.5	0.345	0.369	0.270
lms12	0.4	1.44	0.181	0.342	0.5	0.4	0.65	0.39	0.461	0.328



Bijlage C: Onzekerheid in kalibratie

Figuur 31 Kalibratie SD-model o.b.v. mean absolute percentage error (links) en het percentage waarbij 0.67 < H_{exp}/H_{calc} < 1.5 (rechts). De verschillende ellipsen zijn verschillende waarden van ℓR van 1e-6 tot 50e-6 m. Hoffmans & van Rijn (2018) gebruiken αR =6, αf =5 en ℓR =18e-6 m.



Figuur 32 Kalibratie Sellmeijer regel o.b.v. mean absolute percentage error (links) en het percentage waarbij $0.67 < H_{exp}/H_{calc} < 1.5$ (rechts). Hele kalibratieset uit Hoffmans & van Rijn (2018). Voor eta=0.25.



Figuur 33 Kalibratie Sellmeijer regel o.b.v. mean absolute percentage error (links) en het percentage waarbij $0.67 < H_{exp}/H_{calc} < 1.5$ (rechts). Alleen kleine schaal SBW proeven. Voor eta=0.25.